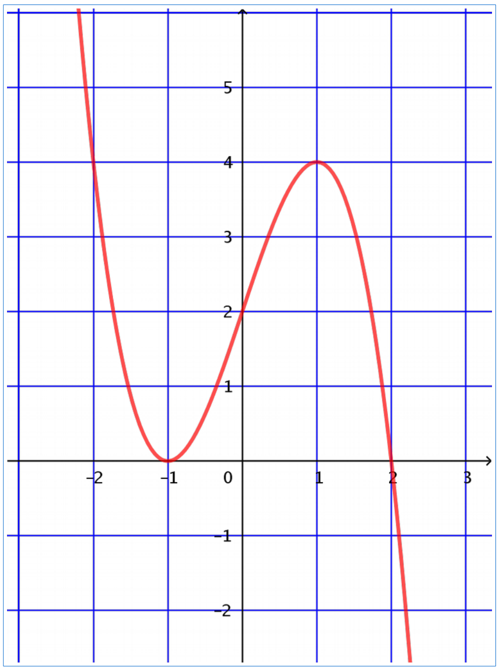
Nombre:____ ***Curso***:_____

Matemáticas I – Álgebra – 19/11/2019

EJERCICIO 1 [2]: La gráfica de $y = -x^3 + 3x + 2$ es la mostrada:



a) [0,25] Resuelve razonadamente la ecuación:

$$-x^3 + 3x + 2 = 0$$

b) [0,75] Estudia el signo de la función $y = -x^3 + 3x + 2$ y deduce la solución de la inecuación:

$$-x^3 + 3x + 2 > 0$$

c) [1] Resuelve el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} y = -x^3 + 3x + 2 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

EJERCICIO 2 [2,5]: Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 9^y : 3^x = 1 \\ \ln x + 2\ln y = \ln 6 - \ln 3 \end{cases}$$

EJERCICIO 3 [3]: Averigua para qué valores de x existe

a) $y = \dfrac{x+2}{4x^3 - 4x^2 - 9x + 9}$

b) $y = \ln\left(2x - x^2\right)$

EJERCICIO 4 [2,5]: Plantea una ecuación o sistema de ecuaciones que permita resolver cada uno estos problemas:

a) "Un triángulo isósceles tiene de perímetro 18 cm y la longitud de la altura trazada sobre el lado desigual es 3 cm. ¿Cuáles son las longitudes de los lados?"

b) "Un vendedor dispone de tres tipos de teléfonos móviles: Foto, Potencia y Total. Por el precio de un Total podría conseguir un Foto y un Potencia, y cinco Fotos cuestan el doble que un Total. Averigua el precio de cada modelo sabiendo que por 1000 euros me puedo llevar uno de cada tipo."

EJERCICIO 1:

a) Observando los puntos de corte con el eje X : $-x^3+3x+2=0 \to x=-1\,,x=2$

b) El signo es positivo [negativo] cuando la gráfica está por encima [por debajo] del eje de abscisas:

$$\left.\begin{array}{lcl} x\in(-\infty\,,-1) & \to & y>0 \\ x\in(-1\,,2) & \to & y>0 \\ x\in(2\,,+\infty) & \to & y<0 \end{array}\right\} \xrightarrow{y>0} S=(-\infty\,,-1)\cup(-1\,,2)$$

c) La segunda ecuación $y=2-x$ puede interpretarse gráficamente como una recta. Si la dibujamos junto con la curva, la solución del sistema son los puntos donde ambas gráficas se cortan. Hay tres soluciones:

$$\{x=-2\,,y=4\,;x=0\,,y=2\,;x=2\,,y=0\}$$

EJERCICIO 2:

Quitemos exponenciales: $9^2:3^x=1 \;\to\; 3^{2y}:3^x=1 \;\to\; 2^{2y-x}=3^0 \;\to\; 2y-x=0$

Quitemos logaritmos: $\ln x+2\ln y=\ln 6-\ln 3 \;\to\; \ln\left(x\cdot y^2\right)=\ln\dfrac{6}{3} \;\to\; x\cdot y^2=2$

Ahora resolvemos por sustitución (despejamos de la primera ecuación y sustituimos en la segunda):

$$\left\{\begin{array}{rcl} 2y-x & = & 0 \xrightarrow{\text{despejo } x} 2y=x \\ x\cdot y^2 & = & 2 \xrightarrow[sustituyo]{} 2y\cdot y^2=2 \;\to\; 2y^3=2 \;\to\; y^3=1 \;\to\; y=\sqrt[3]{1} \;\to\; y=1 \end{array}\right.$$

Luego el sistema tiene una solución: $\{x=2\,,y=1\}$.

EJERCICIO 3:

a) En este caso el denominador no puede ser cero. Resolvamos la ecuación

$$4x^3-4x^2-9x+9=0$$

Es inmediato comprobar que $x=1$ es un cero ($4-4-9+9=0$). Dividiendo entre $(x-1)$ podemos factorizar parcialmente y ya podemos encontrar fácilmente todas las soluciones:

$$4x^3-4x^2-9x+9=0 \;\to\; (x-1)\cdot\left(4x^2-9\right)=0 \;\to\; \left|\begin{array}{l} x-1=0 \;\to\; x=1 \\ 4x^2-9=0 \;\to\; x=\pm\sqrt{\dfrac{9}{4}}=\pm\dfrac{3}{2} \end{array}\right.$$

Tenemos así que x no puede ser igual a esos números:

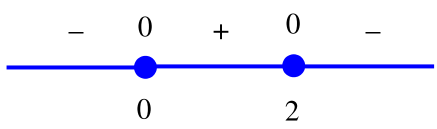
$$\mathbb{D}=\mathbb{R}-\left\{-\frac{3}{2}\,,1\,,\frac{3}{2}\right\}$$

b) Debe ser

$$2x-x^2>0$$

Ceros: $2x-x^2=0 \to x\,(2-x)=0 \to x=0\,,x=2$

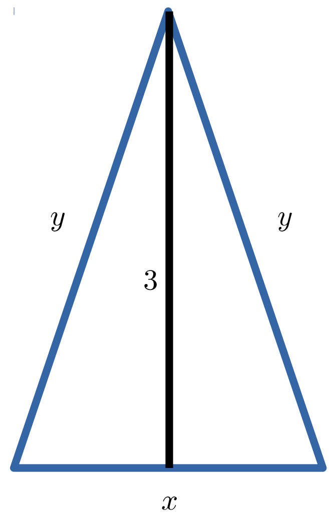
Estudiando el signo:



Luego el dominio es $\mathbb{D}=(0\,,2)$

EJERCICIO 4:

a) El triángulo como el de la figura:



Altura igual a 3 cm (Pitágoras) $\rightarrow$ $\left(\frac{x}{2}\right)^2 + 3^2 = y^2$

Perímetro igual a 18 m $\rightarrow$ $x + 2y = 18$

Tenemos que resolver el sistema

$$\begin{cases} x^2 + 36 = 4y^2 \\ x + 2y = 18 \end{cases}$$

Nota: con Geogebra obtenemos $\{x = 8\,, y = 5\}$: los lados miden 5 cm, 5 cm y 8 cm, respectivamente.

b) Sean:

Móviles	Precio (€)
Foto	x
Potencia	y
Total	z

Un Total vale como un Foto y un Potencia juntos:

$$z = x + y$$

Cinco Fotos cuestan el doble que un Total:

$$5x = 2z$$

Uno de cada tipo son 1000 euros:

$$x + y + z = 1000$$

Luego tenemos que resolver el sistema

$$\begin{cases} z = x + y \\ 5x = 2z \\ x + y + z = 1000 \end{cases}$$

Nota: resolviendo con Geogebra obteniendo $\{x = 200\,, y = 300\,, z = 500\}$. Así que el Foto vale 200€, el Potencia 300€ y el Total 500€.