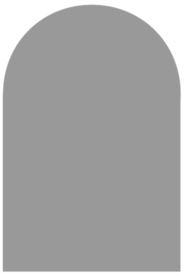
Nombre:____ ***Curso***:_____	
Matemáticas I – Aritmética – 21/10/2019	

EJERCICIO 1: [2]



Al lado de un cuadrado, que tiene de superficie 20 centímetros cuadrados, adosamos un semicírculo. Podemos ver la figura aquí al lado.

a) [0,5] ¿Qué longitud tiene el lado del cuadrado? ¿Qué clase de número es? ¿Es igual a una fracción de números enteros? Hallémosla si es posible.

b) [1] Calculemos el perímetro de la figura.

c) [0,5] Redondeemos dicho perímetro hasta las diezmilésimas por exceso. Obtengamos el error absoluto cometido (ε) y acotémoslo.

EJERCICIO 2: [2]

$$A = (-2\,,0]\ \ ,\ B = (-\infty\,,-1]$$

a) Expresemos A de todas las formas posibles.

b) Razonemos cuál es el mayor y el menor número de cada intervalo, si es que existen.

c) ¿Cuántos números enteros hay en A? ¿Y racionales?

d) Obtengamos su unión e intersección.

EJERCICIO 3: [2,25]

a) [1] Despeja x en la igualdad

$$y = 3^{x-1} + 2$$

b) [1,25] Obtengamos a, b y c:

$$\log_a 3 = \frac{3}{2}\ ,\ \log_{11} b = -2\ ,\ \log_2 \sqrt[7]{4} = c$$

EJERCICIO 4: [2,25]

a) [1] Despeja x:

$$3\ln a - 2\ln x = 4\ln b + 5\ln c$$

b) [1,25] Sabiendo que $\ln 2 = a$ y $\ln 3 = b$ expresa en función de a y de b:

$$\ln\left(\frac{6}{\sqrt[3]{4}}\right)$$

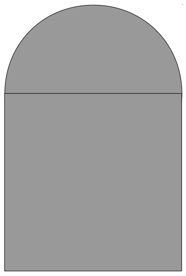
EJERCICIO 5: [1,5]

Estudiemos el signo de

$$f = \frac{6-3x}{x+1}$$

según los valores de x. ¿Cuándo es $f \leq 0$?

EJERCICIO 1:



a) La superficie del cuadrado es el cuadrado de la longitud de su lado (l):

$$S = 20 \rightarrow l^2 = 20 \rightarrow l = \sqrt{20} \rightarrow l = 2\sqrt{5}$$

Cada lado del cuadrado mide $2\sqrt{5}$ cm.

Se trata de un número irracional y, por ello, no es igual a ninguna fracción de enteros.

b) Vemos que el radio (r) es igual a la mitad del lado del cuadrado:

$$r = l/2 = \sqrt{5}$$

Luego el perímetro de la figura es:

$$p = 3\,l + \pi r = 3 \cdot 2\sqrt{5} + \pi\sqrt{5} = (6+\pi)\,\sqrt{5} \text{ cm}$$

c) $p \approx 20.4413$ cm → $\varepsilon = 20.4413 - l = 0.0000774\ldots < 0.0001$ cm

EJERCICIO 2:

a) A es el intervalo abierto–cerrado desde -2 hasta $0 = \{-2 < x \leq 0\}$=

b) El mayor número de A es 0 .

El menor número de A no existe: el extremo inferior es -2, pero no forma parte del intervalo.

El mayor número de *B* es -1.

No hay un número que sea el menor en *B*, pues no está acotado inferiormente.

c) Los enteros de A son: $\{-1, 0\}$. Hay, pues, dos números enteros en A.

Hay infinitos racionales, porque entre dos números reales cualesquiera siempre hay infinitos racionales.

d) $A \cap B = (-2, -1]$, $A \cup B = (-\infty, 0]$

EJERCICIO 3:

a) $y = 3^{x-1} + 2 \rightarrow y - 2 = 3^{x-1} \rightarrow x - 1 = \log_3(y-2) \rightarrow x = \log_3(y-2) + 1$

b) $\log_a 5 = \dfrac{2}{3} \;\rightarrow\; a^{3/2} = 3 \;\rightarrow\; a = 3^{2/3} = \sqrt[3]{3^2} \;\rightarrow\; a = \sqrt[3]{9}$

$\log_{11} b = -2 \;\rightarrow\; b = 11^{-2} = \dfrac{1}{11^2} \;\rightarrow\; b = \dfrac{1}{121}$

$\log_2 \sqrt[7]{4} = c \;\rightarrow\; 2^c = \sqrt[7]{2^2} \;\rightarrow\; c = \dfrac{2}{7}$

EJERCICIO 4:

a) Logaritmo de una potencia: $\ln a^3 - \ln x^2 = \ln b^4 + \ln c^5$

Logaritmo de un producto y de un cociente: $\ln\left(\dfrac{a^3}{x^2}\right) = \ln\left(b^4 \cdot c^5\right)$

Igualando los argumentos: $\dfrac{a^3}{x^2} = b^4 c^5$

Despejamos x^2: $x^2 = \dfrac{a^3}{b^4 c^5}$

Despejando x : $x = \sqrt{\dfrac{a^3}{b^4 c^5}}$

b) Dicho número es:

$$\ln \frac{3 \cdot 2}{\sqrt[3]{2^2}} = \ln 3 + \ln 2 - \ln 2^{2/3} = \ln 3 + \ln 2 - \frac{2}{3} \ln 2 = b + a - \frac{2}{3} a = \frac{a + 3b}{3}$$

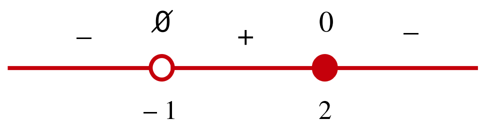
EJERCICIO 5:

$$f = \frac{6 - 3x}{x + 1}$$

Obtengamos los ceros:

- Veamos cuándo es cero el numerador: $6 - 3x = 0 \ \rightarrow \ x = 2$
- Veamos cuándo lo es el denominador: $x + 1 = 0 \ \rightarrow \ x = -1$

Intervalos de signo:



Concluimos que es $f \leq 0$ cuando x es menor que -1 o es mayor o igual que 2:

$$S = (-\infty\,, -1) \cup [2\,, +\infty)$$