Nombre:____ *Curso*:_____	
Matemáticas I – Prueba de Septiembre - 2018	

EJERCICIO 1:

a) [0,75] Calcula a qué número hay que elevar 5 para obtener 3. Y obtén sus cuatro primeras cifras decimales.

b) [1] Plantea una ecuación o sistema de ecuaciones que permita resolver el siguiente problema: "Una empresa realiza una primera compra, adquiriendo 6 móviles y 8 portátiles por 3920 euros. En una segunda ocasión adquiere por 160 euros menos el triple de móviles y la mitad de portátiles. ¿Cuál es el precio de cada artículo?"

EJERCICIO 2:

Consideremos la función de segundo grado $y = x^2 - 4x$

a) [0,75] ¿Para qué valores de x es $y > 0$?

b) [1] Averigua en qué puntos se intercepta su gráfica con la recta de ecuación $2x - y - 5 = 0$.

EJERCICIO 3: [1,75]

En un triángulo dos de sus lados miden 4 y 8 cm, respectivamente, y el ángulo comprendido mide 120º. Halla su perímetro y los otros dos ángulos.

EJERCICIO 4: [1,75]

Halla el área del triángulo cuyos vértices son $A(1\,,1)$, $B(3\,,4)$, $C(5\,,2)$

EJERCICIO 5:

Dada la función

$$f\,(x) = \frac{6x+1}{3x-3}$$

a) [0,5] Estudia su continuidad.

b) [0,5] ¿Cuáles son sus asíntotas?

c) [0,25] Halla su función derivada.

EJERCICIO 6:

Consideremos la función f definida por

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + x & \text{si} \quad x \leq 2 \\ 4x - 2 & \text{si} \quad x > 2 \end{cases}$$

a) [0,5] Estudia la continuidad de la función.

b) [0,75] Estudia la derivabilidad, obteniendo su función derivada.

c) [0,5] Obtén la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función para $x_0 = 1$.

EJERCICIO 1:

a) Sea x ese número: $5^x = 3 \rightarrow x = \log_5 3 = \dfrac{\ln 5}{\ln 3} = 0.6826\ldots$

b) Llamemos x al precio, en euros, de cada móvil e y al de cada portátil.

6 móviles y 8 portátiles cuestan 3920 euros: $6x + 8y = 3920$

6 · 3 móviles y 8 / 2 portátles cuestan 3920 – 160 euros: $18x + 4y = 3760$

Tenemos que resolver el sistema

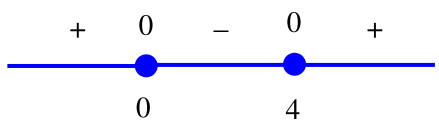
$$\begin{cases} 6x + 8y = 3920 \\ 18x + 4y = 3760 \end{cases}$$

EJERCICIO 2:

a) $x^2 - 4x > 0$

Ceros: $x^2 - 4x = 0 \rightarrow x\,(x-4) = 0 \rightarrow x = 0\,, x = 4$

Estudiando el signo:



Así, x debe estar en

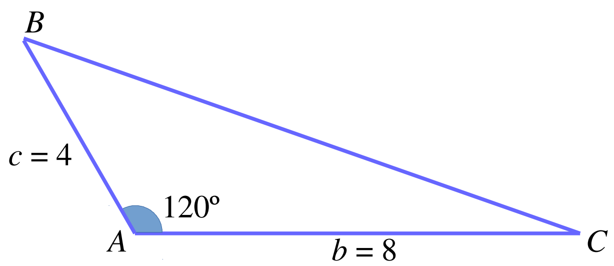
$$S = (-\infty\,, 0) \cup (4\,, +\infty)$$

b) Resolvemos el sistema formado por las ecuaciones de ambas gráficas:

$$\left.\begin{array}{l} y = x^2 - 4x \\ 2x - y - 5 = 0 \rightarrow y = 2x - 5 \end{array}\right\} \xrightarrow[igualando]{} x^2 - 4x = 2x - 5 \;\rightarrow\; x^2 - 6x + 5 = 0 \;\rightarrow\; x = 1\,, x = 5$$

Luego se cortan en los puntos $\{x = 1\,, y = -3\}$, $\{x = 5\,, y = 5\}$.

EJERCICIO 3:



Calculemos el otro lado por el T. de los cosenos:

$$a^2 = 64 + 16 - 2 \cdot 4 \cdot 8 \cdot \cos 120^\circ = 112$$
$$\downarrow$$
$$a = \sqrt{112}$$

Así, el perímetro:

$$p = 12 + \sqrt{112} \approx 22.58 \text{ cm}$$

El ángulo frente al lado menor con el Teorema de los senos:

$$\operatorname{sen} \hat{C} = \frac{4 \cdot \operatorname{sen} 120^\circ}{\sqrt{112}} = 0.3273\ldots \rightarrow \hat{C} \approx 19^\circ 6' 24''$$

El tercer ángulo:

$$\hat{B} = 180^\circ - \left(\hat{A} + \hat{C}\right) \approx 40^\circ 53' 36''$$

EJERCICIO 4:

Tomemos como base la recta AC:

$$\left.\begin{array}{r} A=(1\,,1) \\ \overrightarrow{AC}=(4\,,1) \end{array}\right\} \to \frac{x-1}{4}=\frac{y-1}{1} \to x-1=4x-4 \to x-4y+3=0$$

La base es la longitud de $\overrightarrow{AC}$ y la altura es la distancia del vértice B a la recta base AC:

$$base=|\overrightarrow{AC}|=|(4\,,1)|=\sqrt{4^2+1^2}=\sqrt{17}$$

$$altura=\mathrm{d}\,(B\,,AC)=\frac{|3-16+3|}{\sqrt{17}}=\frac{10}{\sqrt{17}}$$

Luego:

$$\text{Superficie}=\frac{\text{base}\times\text{altura}}{2}=\frac{\sqrt{17}\cdot\dfrac{10}{\sqrt{17}}}{2} \quad \to \quad \text{Superficie}=5\ (u^2)$$

EJERCICIO 5:

a) La función sólo puede ser discontinua $x=1$ (cero del denominador).

Veamos:

Valor: $f\,(1)=\left[\dfrac{7}{0}\right]=\emptyset$

Tendencias: $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=\left[\dfrac{7}{0}\right]=\pm\infty$

Concluimos que hay una discontinuidad de salto infinito para $x=1$.

b) Veamos las asíntotas:

Asíntota vertical (por el apartado a):

$$x=1$$

Asíntota horizontal (por la regla de los grados):

$$\lim_{x\to\pm\infty}\frac{6x+1}{3x-3}=\frac{6}{3}=2\to y=2$$

c) Aplicamos la regla la derivada del cociente:

$$f'\,(x)=\frac{6\cdot(3x-3)-3\cdot(6x+1)}{(3x-3)^2}=\frac{-21}{(3x-3)^2}$$

EJERCICIO 6:

a) <u>Continuidad</u>: f sólo puede ser discontinua para $x=2$ (separa-fórmulas). Veamos qué ocurre en él: $x=2$

VALOR: $f\,(2)=6$

TENDENCIAS: $\left\{\begin{array}{l} f\,(2-)=2^2+2=6 \\ f\,(2+)=4\cdot 2-2=6 \end{array}\right.$

Concluimos que es continua en $x=2$.

b) Podemos derivar directamente si $x \neq 2$:

$$f'(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{si} \quad x < 2 \\ 4 & \text{si} \quad x > 2 \end{cases}$$

Para $x = 2$, como es continua, podemos hallar las derivadas laterales así: $\begin{cases} f'(2-) = 2 \cdot 2 + 1 = 5 \\ f'(2+) = 4 \end{cases}$

Como no coinciden concluimos que no es derivable para este valor (se trata de un punto anguloso)

c) La ecuación de la recta tangente para $x = 1$ es

$$y - f(1) = f'(1)(x-1)$$

Sustituyendo, obtenemos $f(1) = 2$ y $f'(1) = 3$. Así que la fórmula nos queda:

$$y - 2 = 3(x-1) \;\rightarrow\; y = 3x - 1$$