Nombre:____ *Curso*:_____	
Matemáticas I – Recuperación Primera – 19/01/2018	

EJERCICIO 1: [1,5]

Consideremos una circunferencia de radio $r = 3,25$ cm y un cuadrado con $S = 5$ cm^2.

a) Calcula la longitud L de la circunferencia, el área A del círculo que determina y el lado l del cuadrado.

b) Aproxímalos hasta las milésimas por exceso y determina los errores absolutos cometidos.

c) Clasifica los números anteriores (r, S, L, A y l) y exprésalos en forma de fracción racional cuando sea posible.

EJERCICIO 2: [1,5]

Tomemos los intervalos.

$$A = \{x \mid -2 \leq x < 4\} \ , B = (-\infty\, , 2)$$

a) [0,5] Obtén su unión e intersección.

b) [0,25] Expresa A de todas las formas posibles.

c) [0,5] Indica razonadamente si existe el mayor y el menor número de A.

d) [0,25] ¿Cuáles son los números enteros que hay en A? ¿Cuántos racionales hay en este intervalo?

EJERCICIO 3: [2]

a) ¿A qué número hay que elevar 5 para obtener 4? Redondéalo hasta las millonésimas.

b) Obtengamos a , b y c:

$$\log_7 a = -1 \ , \ \log_2 \sqrt[3]{4} = b \ , \ \log_c 2 = 5$$

EJERCICIO 4: [3]

a) Despeja x :

$$\log_3 x - \log_3 b = 2\log_3 a + 3\log_3 c$$

b) Sabiendo que $\ln a = 5$ y $\ln b = 2$ calcula:

$$\ln \frac{\sqrt[3]{a^2 b}}{b^3}$$

EJERCICIO 5: [2]

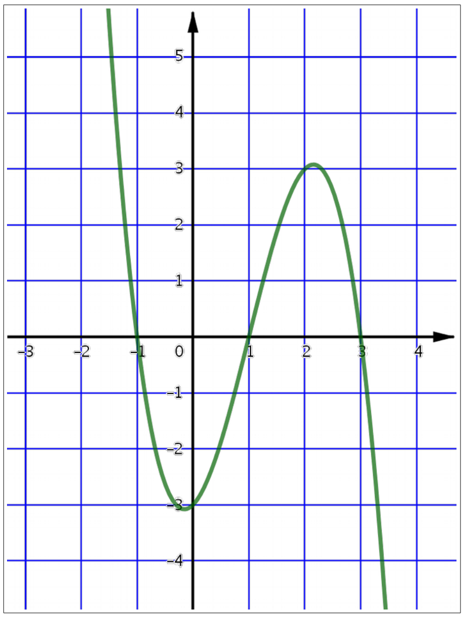
Estudiemos el signo de

$$f = \frac{10 - 2x}{x + 1}$$

según los valores de x . ¿Cuándo es $f \geq 0$?

EJERCICIO 6:

La gráfica de $y = -x^3 + 3x^2 + x - 3$ es la mostrada:



a) [0,25] Resuelve la ecuación:

$$-x^3 + 3x^2 + x - 3 = 0$$

b) [0,75] Estudia el signo de la función y deduce la solución de la inecuación:

$$-x^3 + 3x^2 + x - 3 < 0$$

c) [1] Resuelve gráficamente el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} y = -x^3 + 3x^2 + x - 3 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

EJERCICIO 7: [2,5]

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 4^x \cdot 2^y &= 32 \\ \ln(x+1) - \ln y &= \ln 3 \end{cases}$$

EJERCICIO 8:

Averigua para qué valores de x existe

a) [1,5] $y = \dfrac{x-1}{6x^3 + 5x^2 - 2x - 1}$

b) [1,5] $y = \ln\left(x^2 - 1\right)$

EJERCICIO 9:

Plantee una ecuación o sistema de ecuaciones que permita resolver estos problemas:

a) [1,25] “En una circunferencia de 6,5 cm de radio inscribimos un rectángulo de 60 cm². ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo?”

b) [1,25] “Una empresa realiza una primera compra, adquiriendo 6 móviles y 8 portátiles por 3920 euros. En una segunda ocasión adquiere por 160 euros menos el triple de móviles y la mitad de portátiles. ¿Cuál es el precio de cada artículo?”

EJERCICIO 1:

a) Longitud de la circunferencia: $L = 2\pi r = 2 \cdot \pi \cdot 3,25 = 6.5\pi \text{ cm.}$

El área del círculo: $A = \pi r^2 = \pi \cdot 3,25^2 = 10.5625\pi \text{ cm}^2$

Lado del cuadrado: $S = l^2 \rightarrow l = \sqrt{S} = \sqrt{5} \text{ cm}$

b) $L = 6.5\pi \approx 20.4206 \text{ cm}$ → $\varepsilon = 20.4026 - L = 0,00024\ldots \text{ cm}$

$A = 10.5625\pi \approx 33.1831 \text{ cm}^2$ → $\varepsilon = 33.1831 - A = 0,000027\ldots \text{ cm}^2$

$l = \sqrt{5} \approx 2.2361 \text{ cm}$ → $\varepsilon = 2.2361 - l = 0,000032\ldots \text{ cm}$

c) El número $r = \dfrac{325}{100}$ es racional porque es un decimal exacto y el número $S = \dfrac{5}{1}$ es un número entero.

Los números L, A y l son irracionales (expresión decimal ilimitada no periódica) y por ello no son fracciones de enteros.

EJERCICIO 2:

a) $A \cap B = [-2, 2)$, $A \cup B = (-\infty, 4)$

b) A es el intervalo cerrado-abierto desde -2 hasta $4 = [-2, 4)$

c) El menor número de A es -2 .

El mayor no existe pues el extremo superior es 4 , pero no forma parte del intervalo.

d) Los enteros de A son: $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$.

Hay infinitos racionales, porque entre dos números reales cualesquiera siempre hay infinitos racionales.

EJERCICIO 3:

a) Sea x ese número:

$$5^x = 4 \;\rightarrow\; x = \log_5 4 = \frac{\log 4}{\log 5} \approx 0.861353$$

b) $\log_7 a = -1 \;\rightarrow\; a = 7^{-1} \;\rightarrow\; a = \dfrac{1}{7}$

$\log_2 \sqrt[3]{4} = b \;\rightarrow\; 2^b = \sqrt[3]{4} \;\rightarrow\; 2^b = \sqrt[3]{2^2} \;\rightarrow\; b = \dfrac{2}{3}$

$\log_c 2 = 5 \;\rightarrow\; c^5 = 2 \;\rightarrow\; c = \sqrt[5]{2}$

EJERCICIO 4:

a) Aplicando las propiedades de los logaritmos: $\log_3 \left(\dfrac{x}{b}\right) = \log_3 \left(a^2 c^3\right)$

Igualando los argumentos: $\dfrac{x}{b} = a^2 c^3$

Despejando x : $x = a^2 b\, c^3$

b) $\ln \dfrac{\sqrt[3]{a^2 b}}{b^3} = \ln \dfrac{a^{\frac{2}{3}} \cdot b^{\frac{1}{3}}}{b^3} = \dfrac{2}{3} \cdot \ln a + \dfrac{1}{3} \cdot \ln b - 3 \cdot \ln b = \dfrac{2}{3} \cdot 5 + \dfrac{1}{3} \cdot 2 - 3 \cdot 2 = -2$

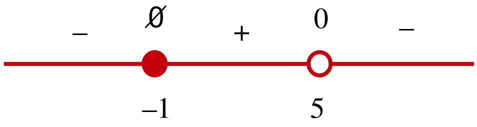
EJERCICIO 5:

$$f = \frac{10-2x}{x+1}$$

Obtengamos los ceros:

- Veamos cuándo es cero el numerador: $10-2x=0 \;\rightarrow\; x=5$
- Veamos cuándo lo es el denominador: $x+1=0 \;\rightarrow\; x=-1$

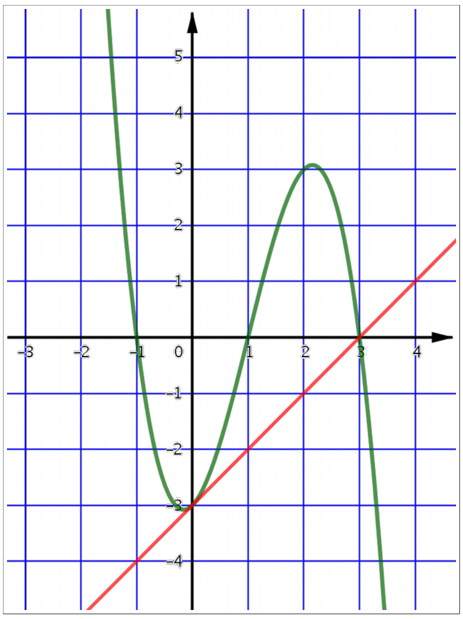
Intervalos de signo:



Concluimos que es $f \geq 0$ cuando x está en el intervalo

$$S=[-1,5)$$

EJERCICIO 6:



a) Observamos los cortes de la curva con el eje de abscisas:

$$-x^3+3x^2+x-3=0 \rightarrow x=-1\,,x=1\,,x=3$$

b) Basta observar en qué intervalos la curva está sobre o bajo el eje de abscisas:

$$-x^3+3x^2+x-3<0 \rightarrow x\in(-1\,,1)\cup(3\,,+\infty)$$

c) Dibujamos la recta $y=x-3$, que corresponde a la segunda ecuación, y observamos en los puntos donde corta a la curva:

$$\left.\begin{array}{l} y=-x^3+3x^2+x-3 \\ x-y=3 \end{array}\right\} \rightarrow (x\,,y)=(0\,,-3)\;,(3\,,0)$$

EJERCICIO 7:

Quitemos exponenciales: $4^x\cdot 2^y=32 \;\rightarrow\; 2^{2x}\cdot 2^x=25 \;\rightarrow\; 2^{2x+y}=2^5 \;\rightarrow\; 2x+y=5$

Quitemos logaritmos: $\ln(x+1)-\ln y=\ln 3 \rightarrow \ln\dfrac{x+1}{y}=\ln 3 \rightarrow \dfrac{x+1}{y}=3 \rightarrow x+1=3y$

Ahora resolvemos por sustitución (despejamos de la primera ecuación y sustituimos en la segunda):

$$\left\{\begin{array}{rcl} 2x+y & = & 5 \xrightarrow{despejo} y=5-2x \\ x+1 & = & 3y \xrightarrow[sustituyo]{} x+1=3\,(5-2x) \;\rightarrow\; x=2 \xrightarrow{y=5-2x} y=1 \end{array}\right.$$

Es fácil comprobar que es válida. Así, el sistema tiene sólo una solución: $(x\,,y)=(2\,,1)$

EJERCICIO 8:

a) En este caso el denominador no puede ser cero: resolvamos la ecuación $6x^3+5x^2-2x-1=0$.

Es $x=-1$ un cero pues $6(-1)^3+5(-1)^2-2(-1)-1=0$. Así $(x+1)$ es un divisor. Dividiendo:

$$6x^3+5x^2-2x-1=(x+1)\cdot\left(6x^2-x-1\right)$$

Ahora ya podemos encontrar fácilmente todas las soluciones:

$$(x+1)\cdot\left(6x^2-x-1\right)=0\ \rightarrow\ \left|\begin{array}{l} x+1=0\ \rightarrow\ x=-1 \\ 6x^2-x-1=0\ \rightarrow\ x=-\frac{1}{3}\,,\ x=\frac{1}{2}\end{array}\right.$$

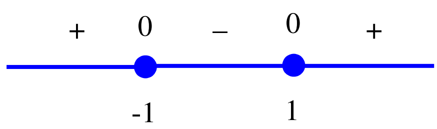
Tenemos así que x no puede ser igual a esos números:

$$\mathbb{D}=\mathbb{R}-\left\{-1,-\frac{1}{3},\frac{1}{2}\right\}$$

b) Debe ser

$$x^2-1>0$$

Estudiando el signo:

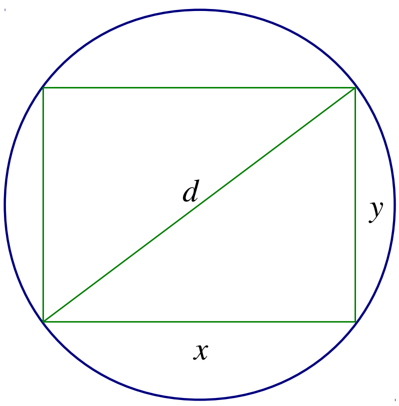


Luego el dominio es

$$\mathbb{D}=(-\infty\,,-1)\cup(1\,,+\infty)$$

EJERCICIO 9:

a) En la figura observamos que la diagonal del rectángulo coincide con el diámetro de la circunferencia:



Área igual a 28: $\rightarrow$ $x\cdot y=60$

Por el T. de Pitágoras ($d=13$): $\rightarrow$ $x^2+y^2=13^2$

Resolvemos el sistema $\left\{\begin{array}{rcl} x\cdot y & = & 60 \\ x^2+y^2 & = & 169\end{array}\right.$

b) Llamemos x al precio, en euros, de cada móvil e y al de cada portátil.

6 móviles y 8 portátiles ascienden a 3920 euros $\rightarrow$ $6x+8y=3920$

6 · 3 = 18 móviles y 8 / 2 = 4 portátiles ascienden a 3920 – 160 = 3760 $\rightarrow$ $18x+4y=3760$

Resolvemos el sistema formado por esas dos ecuaciones:

$$\left\{\begin{array}{rcl} 6x+8y & = & 3920 \\ 18x+4y & = & 3760\end{array}\right.$$