Nombre:____ ***Curso***:_____	
Matemáticas I – Funciones – 16/05/2018	

EJERCICIO 1: [3]

En un experimento que dura seis horas se estudia la temperatura de un objeto. Ésta varía en función del tiempo transcurrido desde el inicio de la experiencia según la fórmula

$$T = 0.5t^2 - 2.5t \quad , \quad 0 \leq t \leq 6$$

donde el tiempo (t) está medido en horas y la temperatura (T) en grados centígrados.

a) ¿Cuál es la temperatura al inicio del experimento? ¿Y al final?

b) Dibuja la gráfica tiempo – Temperatura.

c) ¿En qué período de tiempo aumenta la temperatura del objeto? ¿En cuál disminuye?

d) Señala las temperatura máxima y mínima alcanzadas.

e) Indica cuándo la temperatura está bajo cero y cuándo por encima.

f) Construye un esquema de variación de la función.

EJERCICIO 2: [2,5]

Considera la función f definida por:

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x & \text{si} \quad x < -1 \\ 4 - 2^{-x} & \text{si} \quad x > -1 \end{cases}$$

a) Dibuja su gráfica.

b) Señala: dominio, recorrido, continuidad, monotonía, extremos y tendencia de prolongación.

EJERCICIO 3: [3,5]

Considera las funciones siguientes:

$$f(x) = 2x + 1 \quad , \quad g(x) = \sqrt{3x - 2} \quad , \quad h(x) = \frac{x - 2}{3x}$$

a) Calcula $(f + h)(-1)$ y $(g \circ f)(4)$

b) Halla $\left(\dfrac{h}{f}\right)(x)$ y su dominio.

c) Obtén $(g \circ f)(x)$ y su dominio.

d) Obtén la recíproca de g.

EJERCICIO 4: [1]

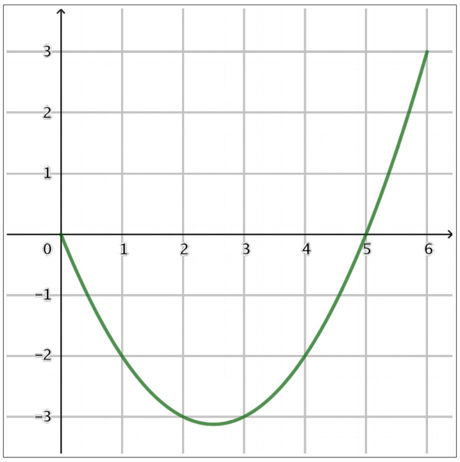
Construimos un rectángulo cuyo perímetro es de 8 cm. Expresa su superficie y su diagonal en función de la longitud de la base.

EJERCICIO 1:

a) Hacemos $t = 0 \ \rightarrow \ T = 0$: al inicio del experimento la temperatura es de cero grados.

Haciendo $t = 6 \ \rightarrow \ T = 3$: al final de la experiencia la temperatura es de tres grados.

b) La gráfica será un trozo de parábola con vértice para $t = 2.5$. Con una tabla de valores conseguimos:



c) En la gráfica apreciamos que la temperatura aumenta desde el inicio hasta las 2,5 horas y disminuye desde ese momento hasta el final.

d) La temperatura máxima es 3 ºC y se alcanza a las 6 horas (al final del experimento)

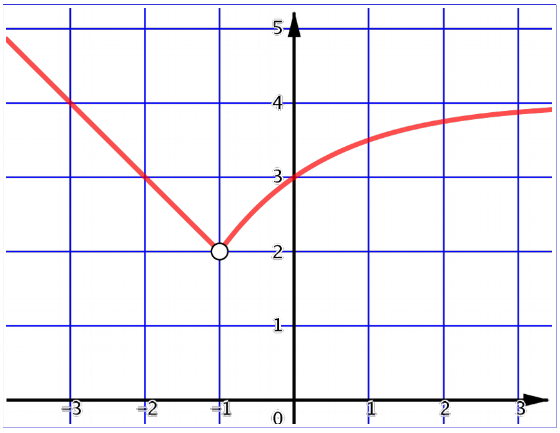
La temperatura mínima es de – 3,125ºC y se alcanza a las 2,5 horas (vértice de la gráfica).

e) La temperatura está bajo cero desde las cinco hasta las cinco horas, en que está a cero grados. Y desde las inco horas hasta el final está por encima de los cero grados.

f) La siguiente tabla resume la variación de la función:

t	0		2,5		6
T	0	↘	–3,125	↗	3

EJERCICIO 2:



a) La gráfica se compone de un trozo de recta y de un trozo de curva exponencial.

b) El dominio es el conjunto de los valores x para los que hay gráfica:

$$\mathbb{D} = (-\infty\,, -1) \cup (-1\,, +\infty)$$

El conjunto de imágenes es el formado por todos los valores y que toma la función:

$$R_f = (2\,, +\infty)$$

La gráfica es continua en todo punto excepto para $x = -1$, donde presenta una discontinuidad evitable (un agujero).

Observamos en la gráfica que la función es decreciente hasta $x = -1$ y creciente a partir de esta abscisa.

En cuanto a los valores extremos, observamos que no hay valor máximo porque la función no está acotada superiormente.

No tiene tampoco valor mínimo, aunque su extremo inferior es $y = 2$

Observemos que y se aproxima cada vez más a 4 conforme x va tomando valores cada vez más grandes ($y = 4$ es asíntota horizontal). Pero y toma valores cada vez más grandes cuando x va tomando cada vez más pequeños. Así:

$$\text{si } x \to -\infty \text{ es } y \to +\infty$$

$$\text{si } x \to +\infty \text{ es } y \to +4$$

EJERCICIO 3:

a) $(f+h)(-1) = -1+1 = 0$

$(g\circ f)(4) = g[f(4)] = g(9) = \sqrt{25} = 5$

El esquema de esta composición es:

$$\begin{tikzcd} x=4 \arrow[r, "f"] \arrow[rr, bend right, "g\circ f"'] & 9 \arrow[r, "g"] & y=5 \end{tikzcd}$$

b) En cuanto al cociente:

$$\left(\frac{h}{f}\right)(x) = \frac{x-2}{3x} : \frac{2x+1}{1} = \frac{x-2}{3x(2x+1)}$$

El denominador no puede ser cero:

$$3x(2x+1) = 0 \;\rightarrow\; x = 0, x = -0.5$$

Así:

$$D = \mathbb{R} - \{-0.5\,,0\}$$

c) La fórmula que define a la función compuesta es:

$$(g\circ f)(x) = g(2x+1) = \sqrt{3(2x+1)-2} = \sqrt{6x+1}$$

Para que dicha expresión exista, debe ser:

$$6x+1 \geq 0$$

Resolviendo la inecuación:

$$D = \left[-\frac{1}{6}\,,+\infty\right)$$

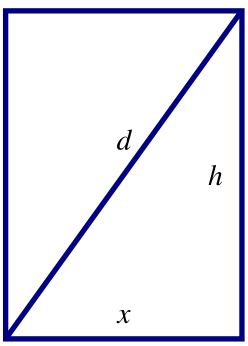
d) Veamos la función inversa:

$$\sqrt{3x-2} = y \;\rightarrow\; 3x-2 = y^2 \;\rightarrow\; 3x = y^2+2 \;\rightarrow\; x = \frac{y^2+2}{3}$$

Tenemos así

$$g^{-1}(y) = \frac{y^2+2}{3}$$

EJERCICIO 4:



Llamamos x la longitud de la base, h la longitud de la altura, d a la longitud de la diagonal y S a la superficie o área.

Sabemos que el perímetro es ocho: $2x+2h = 8 \rightarrow x+h = 4 \rightarrow h = 4-x$

El área en función de la base es: $S = x(4-x)$

La diagonal en función de la base es: $d = \sqrt{x^2+(4-x)^2}$