Nombre:____ ***Curso***:_____	
Matemáticas I – Funciones – 16/05/2018	

EJERCICIO 1: [3]

En un experimento que dura seis horas se estudia la temperatura de un objeto. Ésta varía en función del tiempo transcurrido desde el inicio de la experiencia según la fórmula

$$T = -t^2 + 7t - 10 \quad , \quad 0 \leq t \leq 6$$

donde el tiempo (t) está medido en horas y la temperatura (T) en grados centígrados.

a) ¿Cuál es la temperatura al inicio del experimento? ¿Y al final?

b) Dibuja la gráfica tiempo – Temperatura.

c) ¿En qué período de tiempo aumenta la temperatura del objeto? ¿En cuál disminuye?

d) Señala las temperatura máxima y mínima alcanzadas.

e) Indica cuándo la temperatura está bajo cero y cuándo por encima.

f) Construye un esquema de variación de la función.

EJERCICIO 2: [2,5]

Considera la función f definida por:

$$f(x) = \begin{cases} 2 - 2^x & \text{si} \quad x < 0 \\ x + 1 & \text{si} \quad x > 0 \end{cases}$$

a) Dibuja su gráfica.

b) Señala: dominio, recorrido, continuidad, monotonía, extremos y tendencia de prolongación.

EJERCICIO 3: [3,5]

Considera las funciones siguientes:

$$f(x) = x - 3 \quad , \quad g(x) = \sqrt{2x+1} \quad , \quad h(x) = \frac{x+2}{x-4}$$

a) Calcula $(f+h)(0)$ y $(g \circ f)(15)$

b) Halla $\left(\frac{h}{f}\right)(x)$ y su dominio.

c) Obtén $(g \circ f)(x)$ y su dominio.

d) Obtén la recíproca de h.

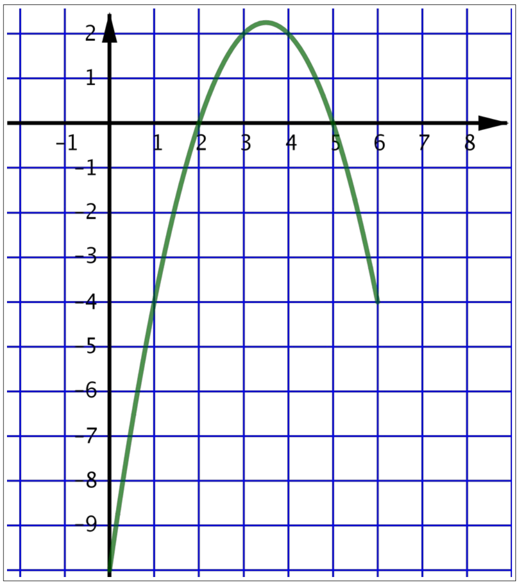
EJERCICIO 4: [1]

Construimos un rectángulo cuya superficie es de 8 cm^2. Expresa su perímetro y su diagonal en función de la longitud de la base.

EJERCICIO 1:

a) Hacemos $t = 0 \ \rightarrow \ T = -10$: al inicio del experimento la temperatura es de cero grados.

Haciendo $t = 6 \ \rightarrow \ T = -4$: al final de la experiencia la temperatura es de cuatro grados bajo cero.



b) La gráfica será un trozo de parábola con vértice para $t = 3.5$. Con una tabla de valores la tenemos.

c) En la gráfica apreciamos que la temperatura aumenta desde el inicio hasta las 3,5 horas y disminuye desde ese momento hasta el final.

d) La temperatura máxima es 2,25 ºC y se alcanza a las 3,5 horas (vértice de la gráfica).

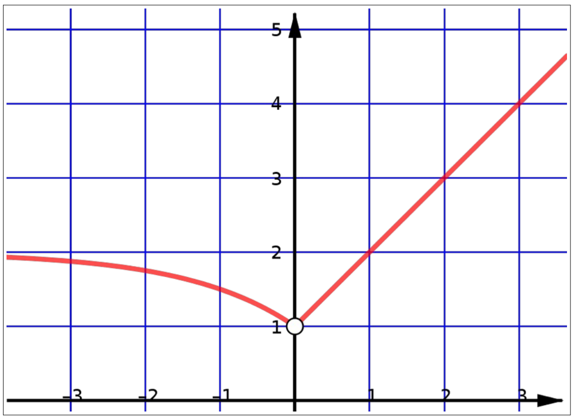
La temperatura mínima es de – 10ºC y se alcanza al inicio..

e) La temperatura está bajo cero desde las cinco hasta las dos horas y desde las cinco horas hasta el final. Y desde las dos hasta las cinco horas está por encima de los cero grados.

f) La siguiente tabla resume la variación de la función:

t (h)	0		3,5		6
T (ºC)	–10	↗	–2,25	↘	– 4

EJERCICIO 2:



a) La gráfica se compone de un trozo de recta y de un trozo de curva exponencial.

b) El dominio es el conjunto de los valores x para los que hay gráfica:

$$\mathbb{D} = (-\infty\,, 0) \cup (0\,, +\infty)$$

El conjunto de imágenes es el formado por todos los valores y que toma la función:

$$R_f = (1\,, +\infty)$$

La gráfica es continua en todo punto excepto para $x = 0$, donde presenta una discontinuidad evitable (un agujero).

Observamos en la gráfica que la función es decreciente hasta $x = 0$ y creciente a partir de esta abscisa.

En cuanto a los valores extremos, observamos que no hay valor máximo porque la función no está acotada superiormente. No tiene tampoco valor mínimo, aunque su extremo inferior, que es $y = 1$, está excluido.

Observemos que y se aproxima cada vez más a 2 conforme x va tomando valores cada vez más pequeños ($y = 2$ es asíntota horizontal). Pero y toma valores cada vez más grandes cuando x va tomando cada vez más grandes. Así:

$$\text{si } x \rightarrow -\infty \text{ es } y \rightarrow +2$$

$$\text{si } x \rightarrow +\infty \text{ es } y \rightarrow +\infty$$

EJERCICIO 3:

a) $(f+h)(0) = -3 - \frac{1}{2} = -\frac{7}{2}$

$(g \circ f)(15) = g[f(15)] = g(12) = \sqrt{25} = 5$

El esquema de esta composición es:

$$\begin{tikzcd} x = 15 \arrow[r, "f"] \arrow[rr, bend right, "g \circ f"'] & 12 \arrow[r, "g"] & y = 5 \end{tikzcd}$$

b) En cuanto al cociente:

$$\left(\frac{h}{f}\right)(x) = \frac{x+2}{x-4} : \frac{x-3}{1} = \frac{x+2}{(x-3)(x-4)}$$

El denominador no puede ser cero:

$$(x-3)(x-4) = 0 \ \rightarrow \ x = 3 \,, x = 4$$

Así:

$$\mathbb{D} = \mathbb{R} - \{3\,,4\}$$

c) La fórmula que define a la función compuesta es:

$$(g \circ f)(x) = g(x-3) = \sqrt{2(x-3)+1} = \sqrt{6x-5}$$

Para que dicha expresión exista, debe ser:

$$6x - 5 \geq 0$$

Resolviendo la inecuación:

$$D = \left[\frac{5}{6}\,, +\infty\right)$$

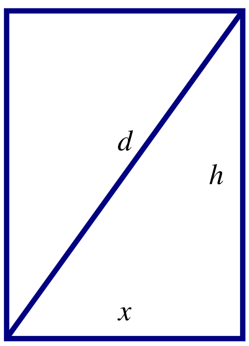
d) Veamos la función inversa (llamada también recíproca en algunos textos):

$$\sqrt{2x+1} = y \ \rightarrow \ 2x+1 = y^2 \ \rightarrow \ 2x = y^2 - 1 \ \rightarrow \ x = \frac{y^2-1}{2}$$

Tenemos así

$$g^{-1}(y) = \frac{y^2-1}{2}$$

EJERCICIO 4:



Llamamos x la longitud de la base, h la longitud de la altura, d a la longitud de la diagonal y S a la superficie o área.

Sabemos que la superficie es 8: $S = 8 \ \rightarrow \ x \cdot h = 8 \ \rightarrow \ h = \frac{8}{x}$

Así el perímetro del rectángulo es: $p = 2x + 2h = 2x + \frac{16}{x}$

La diagonal es (Pitágoras): $d = \sqrt{x^2 + \left(\frac{8}{x}\right)^2} = \frac{\sqrt{x^4+64}}{x}$