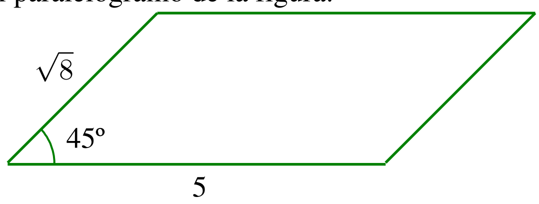
Nombre:____ ***Curso***:_____

Matemáticas I – Triángulos y Complejos – 02/02/2018

EJERCICIO 1: [2,5]

En el paralelogramo de la figura:



a) [1] Calcula su perímetro y su superficie.

b) [0,5] Obtén la medida de sus ángulos interiores.

c) [1] Halla las longitudes de sus diagonales.

EJERCICIO 2: [2,5]

a) [1,25] Demuestra que no puede existir un triángulo con $\hat{A} = 75^\circ$, $a = 30$ cm , $b = 40$ cm.

b) [1,25] Demuestra que el triángulo cuyos lados miden 4, 5 y 7 *cm*, respectivamente, es obtusángulo.

EJERCICIO 3: [1,5]

Resuelve la siguiente ecuación en el campo complejo:

$$z^3 + 6z^2 + 21z + 26 = 0$$

EJERCICIO 4: [1,5]

Consideremos los números complejos

$$u = 1 - 8i \ , \ v = 2 - 3i$$

Calcula:

a) [0,5] $3u - 5v$

b) [0,5] $-\overline{u} \cdot v$

c) [0,5] $\dfrac{u}{v}$

EJERCICIO 5: [2]

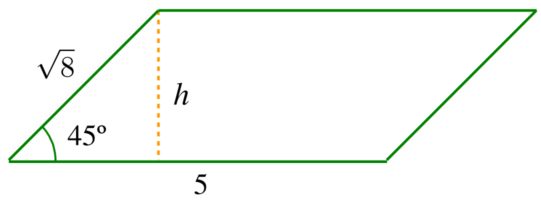
a) [1] Pasa a forma binómica los números complejos $a = 2_{\pi}$ y $b = 5_{\pi/6}$.

b) [1] Dibuja y pasa a forma polar $c = -2i$ y $d = -\sqrt{3} + i$.

EJERCICIO 1:

a) El perímetro es fácil:

$$p = 2 \cdot 5 + 2 \cdot \sqrt{8} = 10 + 2\sqrt{8} \approx 16.67 \text{ cm}.$$



Para obtener su superficie trazamos la altura, en el triángulo rectángulo que se forma:

$$\frac{h}{\sqrt{8}} = \operatorname{sen} 45^\circ \;\rightarrow\; h = \sqrt{8} \cdot \operatorname{sen} 45^\circ = 2 \text{ cm}$$

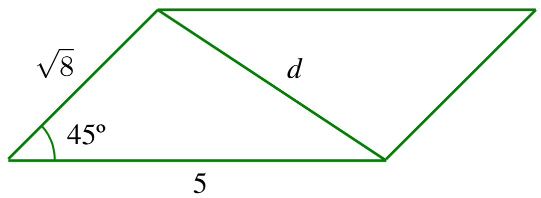
Luego:

$$\text{S} = \text{base } \times \text{altura} = 5 \cdot 2 = 10 \text{ cm}^2$$

b) Como sus ángulos interiores son iguales dos a dos (coinciden los opuestos), dos ángulos miden $45°$. Y como todos suman $360°$, cada uno de los ángulos de la pareja que resta conocer medirá

$$\frac{360° - 100°}{2} = 130°$$

c) Dividiendo el paralelogramo por la mitad tenemos, para la diagonal menor:



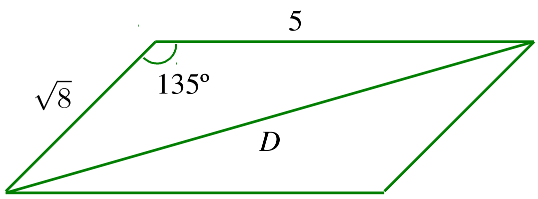
Por el teorema de los cosenos:

$$d^2 = 5^2 + \sqrt{8^2} - 2 \cdot 5 \cdot \sqrt{8} \cdot \cos 45^\circ = 13$$

Luego:

$$d = \sqrt{13} \approx 3.61 \text{ cm}$$

Para la otra diagonal mayor:



Por el teorema de los cosenos:

$$D^2 = 5^2 + \sqrt{8^2} - 2 \cdot 5 \cdot \sqrt{8} \cdot \cos 135^\circ = 53$$

Luego:

$$D = \sqrt{53} \approx 7.28 \text{ cm}$$

EJERCICIO 2:

a) Aplicando el teorema de los senos, debería ser:

$$\frac{40}{\operatorname{sen} \hat{B}} = \frac{40}{\operatorname{sen} 75^\circ} \;\rightarrow\; \operatorname{sen} \hat{B} = \frac{40 \cdot \operatorname{sen} 75^\circ}{30} = 1.28\ldots > 1$$

Pero sabemos que eso es imposible, pues el seno de un ángulo no puede superar a 1. Es por ello que no podemos un construir un triángulo con dichas magnitudes.

b) Pongamos $a = 4$, $b = 5$ y $c = 7$. Por el Teorema de los cosenos:

$$\cos \hat{C} = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = -\frac{8}{40} = -0.2 < 0$$

De ahí deducimos que ese ángulo es obtuso ($\hat{C} \approx 101°32'13''$) y, por consiguiente, el triángulo es obtusángulo.

EJERCICIO 3:

a) $3u - 5v = 3 \cdot (1 - 8i) - 5 \cdot (2 - 3i) = -7 - 9i$

b) $-\overline{u} \cdot v = -(1 + 8i) \cdot (2 - 3i) = -\left(2 - 3i + 16i - 24i^2\right) = -26 - 13i$

c) Para dividir multiplicamos numerador y denominador por el conjugado:

$$\frac{u}{v} = \frac{1 - 8i}{2 - 3i} \cdot \frac{2 + 3i}{2 + 3i} = \frac{26 - 13i}{13} = 2 - i$$

EJERCICIO 4:

Es fácil comprobar que $z = -2$ es solución:

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 6 & 21 & 26 \\ -2 & \downarrow & -2 & -8 & -26 \\ \hline & 1 & 4 & 13 & 0 \end{array}$$

Ahora encontramos las restantes soluciones con la fórmula de la ecuación de segundo grado:

$$z^2 + 4z + 13 = 0 \ \rightarrow \ z = \frac{-4 \pm \sqrt{-36}}{2} = \frac{-4 \pm 6i}{2} = -2 \pm 3i$$

Concluimos que la ecuación tiene una solución real y dos imaginarias (conjugadas):

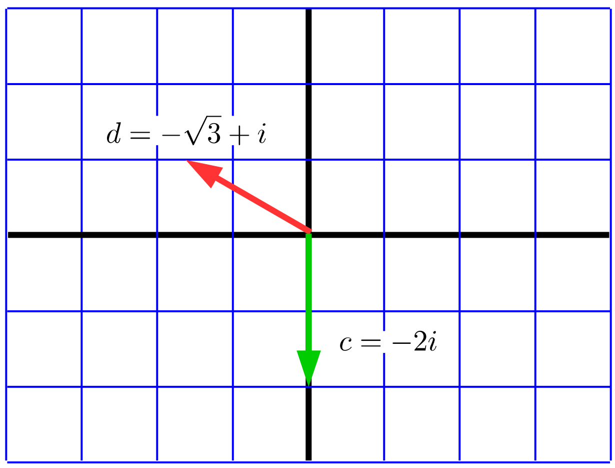
$$z = -2\,, z = -2 - 3i\, z = -2 + 3i$$

EJERCICIO 5:

a) $a = 2\cos 180^\circ + 2\operatorname{sen} 180^\circ i = -2$

$b = 5\cos 30^\circ + 5\operatorname{sen} 30^\circ i = \dfrac{5\sqrt{3}}{2} + \dfrac{5}{2}i \approx 4.33 + 2.5i$

b) El número imaginario $c = -2i$ es inmediato y en cuanto a $d = -\sqrt{3} + i$ tengamos en cuenta que su afijo está en el tercer cuadrante:



$c = -2i = 2_{\,270^\circ}$

$$d = -\sqrt{3} + i \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} r = \sqrt{3 + 1} = \sqrt{4} = 2 \\[2mm] \tan\varphi = -\dfrac{1}{\sqrt{3}} \xrightarrow{\varphi \in II} \varphi = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ \end{array} \right\} \rightarrow d = 2_{\,150^\circ}$$