Nombre:____ ***Curso***:_____	
Matemáticas I – Triángulos y Complejos – 31/01/2018	

EJERCICIO 1: [2,5]

Entre dos observatorios, situados al nivel del mar y distantes entre sí 40 km, vuela un objeto. Desde uno de los observatorios se observa bajo un ángulo de 45º y, desde el otro, bajo un ángulo de 30º.

¿Qué distancia separa el objeto de cada uno de los observatorios? ¿A qué altura vuela?

EJERCICIO 2: [2,5]

En un triángulo dos de sus lados miden 4 y 5 cm, respectivamente, y el ángulo comprendido entre ellos es 60º. Calcula su perímetro y las medidas de los otros dos ángulos.

EJERCICIO 3: [1,5]

Resuelve la siguiente ecuación en el campo complejo:

$$z^3 - 5z^2 + 7z + 13 = 0$$

EJERCICIO 4: [1,5]

Consideremos los números complejos

$$u = 3 + i \ , \ v = 3 + 11i$$

Calcula:

a) [0,5] $5u - 2v$

b) [0,5] $-v \cdot \overline{u}$

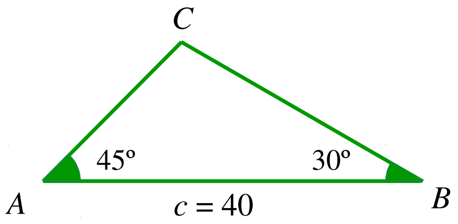
c) [0,5] $\dfrac{v}{u}$

EJERCICIO 5: [2]

a) [1] Pasa a forma binómica los números complejos $a = 3_{\pi}$ y $b = 2_{\pi/3}$.

b) [1] Dibuja y pasa a forma polar $c = 3i$ y $d = -2 - 2i$.

EJERCICIO 1:



El ángulo restante en el triángulo que forman los observatorios (A y B) con el objeto (C) es:

$$\hat{C} = 180^\circ - \left(\hat{A} + \hat{B}\right) = 75^\circ$$

Por el Teorema de los senos, la distancia entre el objeto y el observatorio A:

$$\frac{b}{\operatorname{sen} 30^\circ} = \frac{40}{\operatorname{sen} 105^\circ} \to b = \frac{40 \cdot \operatorname{sen} 30^\circ}{\operatorname{sen} 105^\circ} \approx 20.71 \text{ km}$$

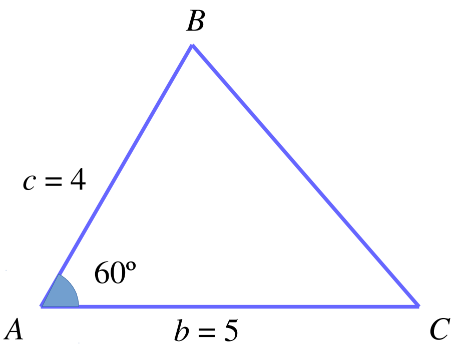
Y la distancia entre el objeto y el observatorio B:

$$\frac{a}{\operatorname{sen} 45^\circ} = \frac{40}{\operatorname{sen} 105^\circ} \to a = \frac{40 \cdot \operatorname{sen} 45^\circ}{\operatorname{sen} 105^\circ} \approx 29.28 \text{ km}$$

Si designamos por h a la altura a la que vuela:

$$\frac{h}{b} = \operatorname{sen} 45^\circ \to h = \frac{40 \cdot \operatorname{sen} 30^\circ \cdot \operatorname{sen} 45^\circ}{\operatorname{sen} 105^\circ} \approx 14.64 \text{ km}$$

EJERCICIO 2:



Calculemos primero el lado restante por el Teorema de los cosenos:

$$a^2 = 25 + 16 - 2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \frac{1}{2} = 21 \to a = \sqrt{21} \approx 4.48 \text{ cm}$$

Así, el perímetro:

$$p = a + b + c = 9 + \sqrt{21} \approx 13.58 \text{ cm}$$

Hallamos el ángulo frente al lado menor con el T. de los senos:

$$\operatorname{sen} \hat{C} = \frac{4 \cdot \operatorname{sen} 60^\circ}{\sqrt{21}} = 0.7559\ldots \to \hat{C} \approx 49^\circ 6' 24''$$

El tercer ángulo:

$$\hat{B} = 180^\circ - \left(\hat{A} + \hat{C}\right) \approx 70^\circ 53' 36''$$

EJERCICIO 3:

Es fácil comprobar que $z = -1$ es solución:

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -5 & 7 & 13 \\ -1 & \downarrow & -1 & 6 & -13 \\ \hline & 1 & -6 & 13 & 0 \end{array}$$

Ahora podemos encontrar fácilmente todas restantes soluciones:

$$z^2 - 6z + 13 = 0 \to z = \frac{6 \pm \sqrt{-16}}{2} \to z = \frac{6 \pm 4i}{2} = 3 \pm 2i$$

Concluimos que la ecuación tiene una solución real y dos imaginarias (conjugadas):

$$z = -1 \,,\, z = 3 \pm 2i$$

EJERCICIO 4:

a) $5u - 2v = 5 \cdot (3 + i) - 2 \cdot (3 + 11i) = 9 - 17i$

b) $-v \cdot \overline{u} = (-3 - 11i) \cdot (3 - i) = -9 + 3i - 33i + 11i^2 = -20 - 30i$

c) Para dividir multiplicamos numerador y denominador por el conjugado:

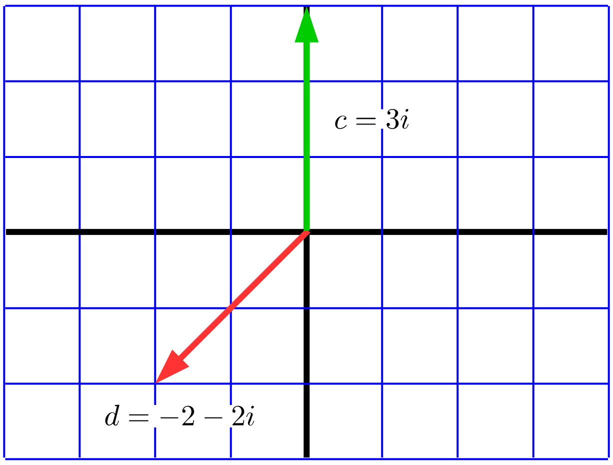
$$\frac{u}{v} = \frac{3 + 11i}{3 + i} \cdot \frac{3 - i}{3 - i} = \frac{20 + 30i}{10} = 2 + 3i$$

EJERCICIO 5:

a) $a = 3\cos 180° + 3\,\text{sen}\, 180° i = -3$

$b = 2\cos 60° + 2\,\text{sen}\, 60° i = 1 + \sqrt{3}i \approx 1 + 1.73i$

b) El número imaginario $c = 3i$ es inmediato y en cuanto a $d = -2 - 2i$ tengamos en cuenta que su afijo está en el tercer cuadrante:



$c = 3i = 3_{90°}$

$$d = -2 - 2i \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} r = \sqrt{4 + 4} = \sqrt{8} \\ \tan\varphi = \dfrac{-2}{-2} = 1 \xrightarrow{\varphi \in III} \varphi = 180° + 45° = 225° \end{array} \right\} \rightarrow d = \sqrt{8}_{\,225°}$$