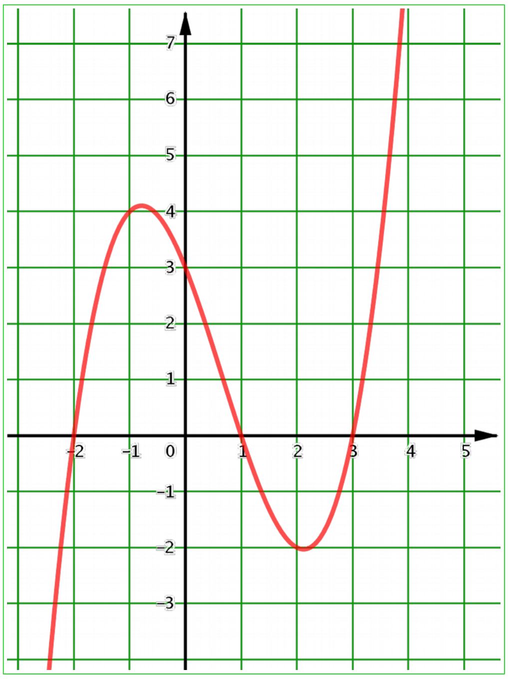
Nombre:____ ***Curso***:_____

Matemáticas I – Álgebra – 27/11/2017

<u>EJERCICIO 1</u> [2]: La gráfica de $y = 0.5x^3 - x^2 - 2.5x + 3$ es la mostrada:



a) [0,25] Resuelve razonadamente la ecuación:

$$0.5x^3 - x^2 - 2.5x + 3 = 0$$

b) [0,75] Estudia el signo de la función $y = 0.5x^3 - x^2 - 2.5x + 3$ y deduce la solución de la inecuación:

$$0.5x^3 - x^2 - 2.5x + 3 < 0$$

c) [1] Resuelve el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} y = 0.5x^3 - x^2 - 2.5x + 3 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

<u>EJERCICIO 2</u> [2,5]: Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 4^x \cdot 2^y = 32 \\ 2\ln y - \ln x = \ln 9 \end{cases}$$

<u>EJERCICIO 3</u> [3]: Averigua para qué valores de x existe

a) $y = \dfrac{x-2}{4x^3 - 8x^2 + x + 3}$

b) $y = \ln\left(25 - x^2\right)$

<u>EJERCICIO 4</u> [2,5]: Plantea una ecuación o sistema de ecuaciones que permita resolver estos problemas:

a) "Para vallar una parcela rectangular de 200 metros cuadrados hemos necesitado un total de 60 metros de cerca. ¿Cuáles son las dimensiones de esa parcela?"

b) "Una tienda ofrece tres tipos de pinturas: interior lisa a cuatro euros el kilo, interior rugosa a un euro menos y exterior a cinco euros el kilo. Un cliente ha pagado 470€ por los 120 kilos de pintura que se ha llevado. Averigüe cuántos kilos de clase adquirió sabiendo que se llevó para exterior la mitad de la que compró para interior."

EJERCICIO 1:

a) Observando los puntos de corte con el eje X : $0.5x^3 - x^2 - 2.5x + 3 = 0 \;\rightarrow\; x = -2\,,x = 1\,,x = 3$

b) El signo es positivo [negativo] cuando la gráfica está por encima [por debajo] del eje de abscisas:

$$\left.\begin{array}{lll} x \in (-\infty\,,-2) & \rightarrow & y < 0 \\ x \in (-2\,,1) & \rightarrow & y > 0 \\ x \in (1\,,3) & \rightarrow & y < 0 \\ x \in (3\,,+\infty) & \rightarrow & y > 0 \end{array}\right\} \xrightarrow{y<0} S = (-\infty\,,-2) \cup (1\,,3)$$

c) La segunda ecuación $y = 3 - x$ puede interpretarse gráficamente como una recta. Si la dibujamos junto con la curva, la solución del sistema son los puntos donde ambas gráficas se cortan. Hay tres soluciones:

$$\{x = -1\,, y = 4\,; x = 0\,, y = 3\,; x = 3\,, y = 0\}$$

EJERCICIO 2:

Quitemos exponenciales: $\quad 4^x \cdot 2^y = 32 \;\rightarrow\; 2^{2x} \cdot 2^y = 32 \;\rightarrow\; 2^{2x+y} = 2^5 \;\rightarrow\; 2x + y = 5$

Quitemos logaritmos: $\quad 2\ln y - \ln x = \ln 9 \;\rightarrow\; \ln \dfrac{y^2}{x} = \ln 9 \;\rightarrow\; \dfrac{y^2}{x} = 9 \;\rightarrow\; y^2 = 9x$

Ahora resolvemos por sustitución (despejamos de la primera ecuación y sustituimos en la segunda):

$$\left\{\begin{array}{rcl} 2x + y & = & 5 \xrightarrow{\text{despejo } y} y = 5 - 2x \\ & & \\ y^2 & = & 9x \xrightarrow[sustituyo]{} (5 - 2x)^2 = 9x \;\rightarrow\; 4x^2 - 29x + 25 = 0 \;\rightarrow \end{array}\right. \left|\begin{array}{l} x = 1 \rightarrow y = 3 \\ x = \dfrac{25}{4} \rightarrow y = \cancel{-\dfrac{15}{2}} \end{array}\right.$$

Luego el sistema tiene sólo una solución: $\{x = 1\,, y = 3\}$.

EJERCICIO 3:

a) En este caso el denominador no puede ser cero. Resolvamos la ecuación

$$4x^3 - 8x^2 + x + 3 = 0$$

Es inmediato comprobar que $x = 1$ es un cero ($4 \cdot 1^3 - 8 \cdot 1^2 + 1 + 3 = 0$). Dividiendo entre $(x - 1)$:

$$4x^3 - 8x^2 + x + 3 = (x - 1) \cdot \left(4x^2 - 4x - 3\right)$$

Ahora ya podemos encontrar fácilmente todas las soluciones:

$$(x + 1) \cdot \left(4x^2 - 4x - 3\right) = 0 \;\rightarrow\; \left|\begin{array}{l} x - 1 = 0 \;\rightarrow\; x = 1 \\ 4x^2 - 4x - 3 = 0 \;\rightarrow\; x = -\dfrac{1}{2}\,,\; x = \dfrac{3}{2} \end{array}\right.$$

Tenemos así que x no puede ser igual a esos números:

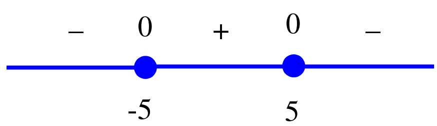
$$\mathbb{D} = \mathbb{R} - \left\{1, -\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right\}$$

b) Debe ser

$$25 - x^2 > 0$$

Ceros: $\quad 25 - x^2 = 0 \rightarrow x^2 = 25 \rightarrow x = \pm\sqrt{25} = \pm 5$

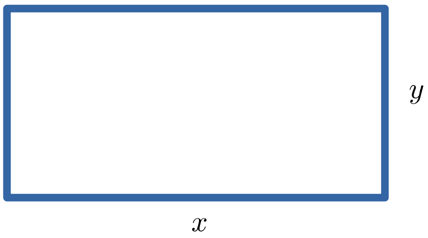
Estudiando el signo:



Luego el dominio es $\mathbb{D} = (-5\,,5)$

EJERCICIO 4:

a) El solar es un rectángulo como el de la figura:



Superficie igual a 200 m² $\rightarrow$ $x \cdot y = 200$

Perímetro igual a 60 m $\rightarrow$ $2x + 2y = 60$

Tenemos que resolver el sistema

$$\begin{cases} x \cdot y = 200 \\ x + y = \ \ 30 \end{cases}$$

Nota: resolviendo con Geogebra obteniendo $\{x = 10\,, y = 20;\ x = 20\,, y = 10\}$. Así que el solar mide 20 m de largo y 10 m de ancho.

b) Organicemos todo en la siguiente tabla:

Pinturas	Precio (€ / kg)	Kilos
Interior lisa	4	x
Interior rugosa	3	y
Exterior	5	z

Total de kilos es 120:

$$x + y + z = 120$$

Total de dinero es 470€:

$$4x + 3y + 5z = 470$$

Pintura exterior mitad que de pintura interior:

$$z = \frac{x + y}{2}$$

Luego tenemos que resolver el sistema

$$\begin{cases} x + \ \ y + \ \ z = 120 \\ 4x + 3y + 5z = 470 \\ x + \ \ y - 2z = 0 \end{cases}$$

Nota: resolviendo con Geogebra obteniendo $\{x = 30\,, y = 50\,, z = 40\}$. Así que se adquieren 30 kg de interior lisa, 50 kilos de interior rugosa y 40 kilos de exterior.