Nombre:____ *Curso*:_____	
Matemáticas I – Aritmética – 17/10/2017	

EJERCICIO 1: [2]

En un rectángulo de perímetro 16 cm la base mide 3.25 cm

a) [0,5] Calculemos su área.

b) [0,25] ¿Qué clase de número es? ¿Es igual a una fracción de números enteros? Hallémosla si es posible.

c) [0,5] Calculemos la longitud de su diagonal.

d) [0,25] ¿Qué clase de número es? ¿Es igual a una fracción de números enteros? Hallémosla si es posible.

e) [0,5] Aproximemos la diagonal hasta las milésimas por exceso. Obtengamos el error absoluto cometido (ε) y acotémoslo.

EJERCICIO 2: [2]

$$A = \{-3 < x \le 5\} \ , B = (-\infty \, , 2]$$

a) Obtengamos su unión e intersección.

b) Expresa A de todas las formas posibles.

c) Razonemos cuál es el mayor y el menor número de cada intervalo, si es que existen.

d) ¿Cuántos números enteros hay en A? ¿Y racionales?

EJERCICIO 3: [2,25]

a) [1] ¿A qué número hay que elevar 5 para obtener 4? Redondéalo hasta las cienmilésimas.

b) [1,25] Obtengamos a, b y c:

$$\log_a 3 = \frac{3}{4} \ , \ \log_3 b = -4 \ , \ \log_2 \sqrt{8} = c$$

EJERCICIO 4: [2,25]

a) [1] Despeja x:

$$2 \ln x + \ln a = 3 \ln b - 5 \ln c$$

b) [1,25] Sabiendo que $\ln 2 = a$ y $\ln 3 = b$ expresa en función de a y de b:

$$\ln \left(\frac{16}{\sqrt[3]{12}} \right)$$

EJERCICIO 5: [1,5]

Estudiemos el signo de

$$f = \frac{2x + 6}{9 - 3x}$$

según los valores de x. ¿Cuándo es $f \le 0$?

EJERCICIO 1:

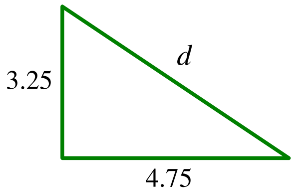
a) Calculemos primero la altura: $16 - 3.25 \cdot 2 = 9.5 \;\rightarrow\; 9.5 : 2 = 4.75$.

$$S = base \times altura = 4.75 \cdot 3.25 = 15.4375 \text{ cm}^2$$

b) Es un decimal exacto y, por ello, es racional. Por lo tanto, puede expresarse como fracción de dos números enteros:

$$15.4375 = \frac{154375}{10000} = \frac{247}{16}$$

c) Al trazar la diagonal aparece un triángulo rectángulo. Usamos el Teorema de Pitágoras:



$$\begin{gathered} d^2 = 3.25^2 + 4.75^2 \\ \downarrow \\ d^2 = 33.125 \\ \downarrow \\ d = \sqrt{33.125} \text{ (cm)} \end{gathered}$$

d) La diagonal tiene una longitud irracional pues su expresión decimal es no periódica. Así que no podremos expresarla mediante una fracción de números enteros.

e) $d = \sqrt{33.125} \approx 5.756$

$\varepsilon = 5.756 - 5.7554322\ldots = 0.00056\ldots < 0.001$ (en realidad es inferior a 6 diezmilésimas).

EJERCICIO 2:

a) $A \cap B = (-3, 2]$, $A \cup B = (-\infty, 5]$.

b) A es el intervalo abierto- cerrado desde -3 hasta $5 = (-3, 5]$.

c) El mayor número de A es 5 .

El menor número de A no existe: el extremo inferior es -3, pero no forma parte del intervalo.

El mayor número de B es 2.

No hay un número que sea el menor en B, pues no está acotado inferiormente.

d) Los enteros de A son: $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$. Hay, pues, ocho números enteros en A.

Hay infinitos racionales, porque entre dos números reales cualesquiera siempre hay infinitos racionales.

EJERCICIO 3:

a) Sea x ese número: $5^x = 4 \;\rightarrow\; x = \log_5 4 = \dfrac{\ln 4}{\ln 5} \approx 0.86135$

b) $\log_a 3 = \dfrac{3}{4} \;\rightarrow\; a^{3/4} = 3 \;\rightarrow\; a = 3^{4/3} = \sqrt[3]{3^4} \;\rightarrow\; a = \sqrt[3]{81}$.

$\log_3 b = -4 \;\rightarrow\; b = 3^{-4} = \dfrac{1}{3^4} \;\rightarrow\; b = \dfrac{1}{81}$.

$\log_2 \sqrt{8} = c \;\rightarrow\; 2^c = \sqrt{8} = \sqrt[2]{2^3} \;\rightarrow\; c = \dfrac{3}{2}$

EJERCICIO 4:

a) Logaritmo de una potencia: $\ln x^2 + \ln a = \ln b^3 - \ln c^5$

Logaritmo de un producto y de un cociente: $\ln\left(x^2 \cdot a\right) = \ln\left(\dfrac{b^3}{c^5}\right)$

Igualando los argumentos: $ax^2 = \dfrac{b^3}{c^5}$

Despejamos x^2: $x^2 = \dfrac{b^3}{ac^5}$

Despejando x : $x = \sqrt{\dfrac{b^3}{ac^5}}$

b) Dicho número es:

$$\ln\frac{2^4}{\left(2^2 \cdot 3\right)^{1/3}} = \ln\frac{2^4}{2^{2/3} \cdot 3^{1/3}} = 4\ln 2 - \frac{2}{3}\ln 2 - \frac{1}{3}\ln 3 = 4a - \frac{2}{3}a - \frac{1}{3}b = \frac{10a - b}{3}$$

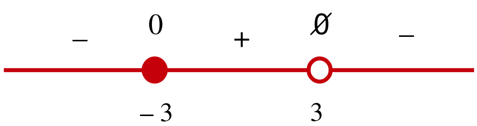
EJERCICIO 5:

$$f = \frac{2x+6}{9-3x}$$

Obtengamos los ceros:

- Veamos cuándo es cero el numerador: $2x + 6 = 0 \;\rightarrow\; x = -3$
- Veamos cuándo lo es el denominador: $9 - 3x = 0 \;\rightarrow\; x = 3$

Intervalos de signo:



Concluimos que es $f \le 0$ cuando x es menor o igual que -3 o es mayor que 3:

$$S = (-\infty\,, -3] \cup (3\,, +\infty)$$