Nombre:____ ***Curso***:_____	
Matemáticas I – Aritmética – 18/10/2017	

EJERCICIO 1: [2]

En un triángulo equilátero el perímetro mide 18 cm.

a) [1] ¿Cuál es la longitud del lado? ¿Y de la altura?

b) [0,5] ¿Qué clase de números son? ¿Son iguales a una fracción de números enteros? Hallémosla si es posible.

c) [0,5] Aproximemos la superficie hasta las milésimas por exceso. Obtengamos el error absoluto cometido (ε) y acotémoslo.

EJERCICIO 2: [2]

$$A = [2\,,9)\ \ ,\ B = \{x < 5\}$$

a) Obtengamos su unión e intersección.

b) Expresa A de todas las formas posibles.

c) Razonemos cuál es el mayor y el menor número de cada intervalo, si es que existen.

d) ¿Cuántos números enteros hay en A? ¿Y racionales?

EJERCICIO 3: [2,25]

a) [1] ¿A qué número hay que elevar 6 para obtener 2? Redondéalo hasta las diezmilésimas.

b) [1,25] Obtengamos a, b y c:

$$\log_a 2 = \frac{2}{3}\ ,\ \log_3 b = -2\ ,\ \log_5 \sqrt[4]{125} = c$$

EJERCICIO 4: [2,25]

a) [1] Despeja x:

$$\ln x + 2\ln a = \ln b - \frac{1}{3}\ln c$$

b) [1,25] Sabiendo que $\ln 2 = a$ y $\ln 5 = b$ expresa en función de a y de b:

$$\ln\left(\frac{\sqrt[3]{20}}{25}\right)$$

EJERCICIO 5: [1,5]

Estudiemos el signo de

$$f = \frac{5x+10}{3+x}$$

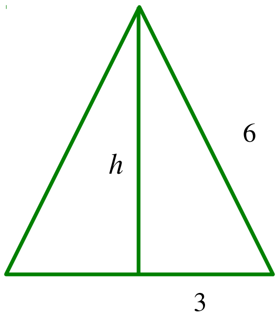
según los valores de x. ¿Cuándo es $f \leq 0$?

EJERCICIO 1:

a) Como es un triángulo equilátero, los tres lados tienen igual longitud y por ello:

$$l = \frac{18}{3} = 6 \text{ (cm)}$$

Al trazar la altura dividimos la base en dos mitades iguales y podemos aplicar el Teorema de Pitágoras:



$$3^2 + h^2 = 6^2$$
$$\downarrow$$
$$h^2 = 27$$
$$\downarrow$$
$$h = \sqrt{27} \text{ (cm)}$$

b) La longitud del lado es un número entero y, por ello, es racional. Sin embargo, la altura es un número irracional (expresión decimal no periódica) y, por ello, no es igual a ninguna fracción de números enteros.

c) La superficie:

$$S = \frac{base \times altura}{2} = \frac{6\sqrt{27}}{2} = 3\sqrt{27} \approx 15.589 \text{ cm}^2$$

$\varepsilon = 15.589 - \sqrt{27} = 0.000542\ldots < 0.001$ (en realidad es inferior a 6 diezmilésimas)

EJERCICIO 2:

a) $A \cap B = [2, 5)$, $A \cup B = (-\infty, 9)$.

b) A es el intervalo cerrado-abierto desde 2 hasta $9 = \{2 \leq x < 9\}$.

c) El menor número de A es 2 .

El mayor número de A no existe: el extremo superior es 9, pero no forma parte del intervalo.

El menor número de B no existe pues no está acotado inferiormente.

El mayor número de B no existe: el extremo superior es 5, pero no forma parte del intervalo.

d) Los enteros de A son: $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$. Hay, pues, siete números enteros en A.

Hay infinitos racionales, porque entre dos números reales cualesquiera siempre hay infinitos racionales.

EJERCICIO 3:

a) Sea x ese número: $6^x = 2 \;\rightarrow\; x = \log_6 2 = \dfrac{\ln 2}{\ln 6} \approx 0.3869.$

b) $\log_a 2 = \dfrac{2}{3} \;\rightarrow\; a^{2/3} = 2 \;\rightarrow\; a = 2^{3/2} = \sqrt{2^3} \;\rightarrow\; a = \sqrt{8}.$

$\log_3 b = -2 \;\rightarrow\; b = 3^{-2} = \dfrac{1}{3^2} \;\rightarrow\; b = \dfrac{1}{9}.$

$\log_5 \sqrt[4]{125} = c \;\rightarrow\; 5^c = \sqrt[4]{125} = \sqrt[4]{5^3} \;\rightarrow\; c = \dfrac{3}{4}.$

EJERCICIO 4:

a) Logaritmo de una potencia: $\ln x + \ln a^2 = \ln b - \ln c^{1/3}$

Logaritmo de un producto y de un cociente: $\ln\left(x \cdot a^2\right) = \ln\left(\dfrac{b}{\sqrt[3]{c}}\right)$

Igualando los argumentos: $x \cdot a^2 = \dfrac{b}{\sqrt[3]{c}}$

Despejando x : $x = \dfrac{b}{a^2\sqrt[3]{c}}$

b) Dicho número es:

$$\ln\frac{\left(2^2 \cdot 5\right)^{1/3}}{5^2} = \ln\frac{2^{2/3} \cdot 5^{1/3}}{5^2} = \frac{2}{3}\ln 2 + \frac{1}{3}\ln 5 - 2\ln 5 = \frac{2}{3}a + \frac{1}{3}b - 2b = \frac{2a - 5b}{3}$$

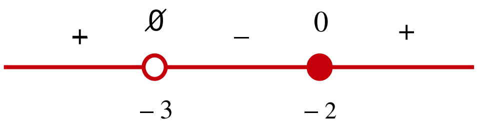
EJERCICIO 5:

$$f = \frac{5x + 10}{3 + x}$$

Obtengamos los ceros:

- Veamos cuándo es cero el numerador: $5x + 10 = 0 \ \rightarrow\ x = -2$
- Veamos cuándo lo es el denominador: $3 + x = 0 \ \rightarrow\ x = -3$

Intervalos de signo:



Concluimos que es $f \leq 0$ cuando x es mayor que -3 y menor o igual que -2:

$$S = (-3\,, -2]$$