Nombre:____ *Curso*:_____

Matemáticas I – Recuperación Trigonometría

1. Sabiendo que $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ y que $\operatorname{sen}\alpha = \frac{3}{5}$, obtén las restantes razones trigonométricas del ángulo α.

Calcula su medida en grados, minutos y segundos.

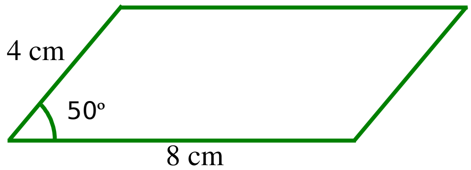
2.

a) Demuestra la identidad:

$$\tan a + \cot a = \cot a \cdot \sec^2 a$$

b) Si α es un ángulo agudo con $\cot\alpha = t$, expresa en función de t las razones $\operatorname{sen}\alpha$ y $\cos\alpha$.

3. En el paralelogramo de la figura:

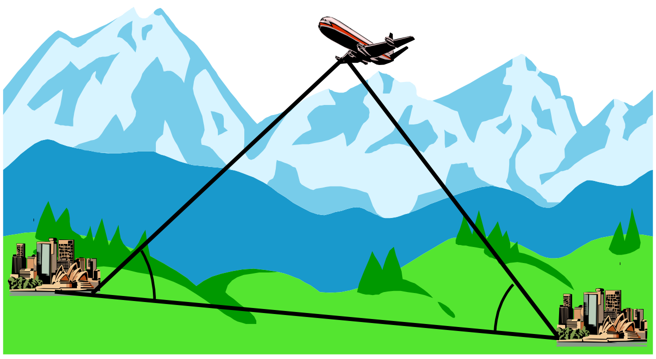


a) Calcula su perímetro y su superficie.

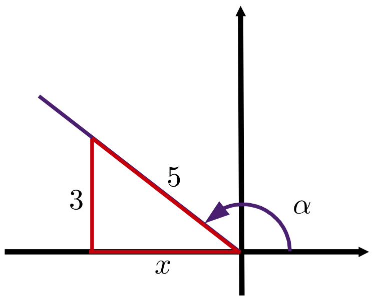
b) Obtén la medida de sus ángulos interiores.

c) Halla las longitudes de sus diagonales.

4. La distancia que separa las dos ciudades es 40 km., observándose desde cada una de ellas el avión bajo un ángulo de 60° y de 45°, respectivamente. ¿A qué distancia está el avión de cada una de las ciudades?



EJERCICIO 1: Dibujemos el ángulo α:



Por el Teorema de Pitágoras podemos hallar x:

$$x^2 + 3^2 = 5^2 \rightarrow x = -\sqrt{16} = -4$$

De aquí:

$$\cos\alpha = -\frac{4}{5} \text{ y } \tan\alpha = -\frac{3}{4}$$

Con la ayuda de la calculadora obtenemos:

$$\alpha = 180° - \text{arcsen}\left(\frac{3}{5}\right) \rightarrow \alpha \approx 143°7'48''$$

EJERCICIO 2:

a) Vamos a desarrollar ambos miembros para comprobar la igualdad:

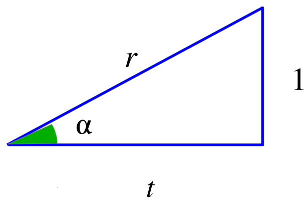
$$\text{I} = \frac{\text{sen}\, a}{\cos a} + \frac{\text{sen}\, a}{\cos a} = \frac{\text{sen}^2 a + \cos^2 a}{\text{sen}\, a \cos a} = \frac{1}{\text{sen}\, a \cos a}$$

$$\text{II} = \frac{\cos a}{\text{sen}\, a} \cdot \frac{1}{\cos^2 a} = \frac{1}{\text{sen}\, a \cos a}$$

b) Como se tiene que

$$\cot\alpha = \frac{x}{y}$$

el ángulo es el dibujado a continuación:



Calculamos, por el teorema de Pitágoras:

$$r^2 = 1^2 + t^2 \rightarrow r = \sqrt{1+t^2}$$

Así:

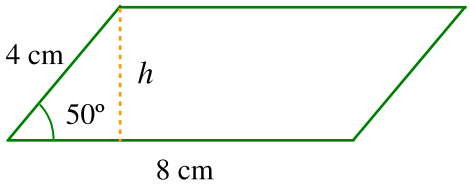
$$\text{sen}\,\alpha = \frac{y}{r} = \frac{1}{\sqrt{1+t^2}} \quad , \quad \cos\alpha = \frac{x}{r} = \frac{t}{\sqrt{1+t^2}}$$

EJERCICIO 3:

a) El perímetro es fácil:

$$p = 2 \cdot 4 + 2 \cdot 8 = 24 \text{ cm.}$$

Para obtener su superficie trazamos la altura:



En el triángulo rectángulo que se forma:

$$\frac{h}{4} = \text{sen}\, 50° \rightarrow h = 4 \cdot \text{sen}\, 50°$$

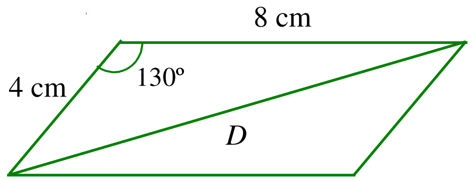
Luego:

$$\text{S} = \text{base} \times altura = 8 \cdot 4 \cdot \sin 50° = 32 \cdot \sin 50° \approx 24{,}5 \text{ cm}^2$$

b) Como sus ángulos interiores son iguales dos a dos (coinciden los opuestos) y suman 360°, cada uno de los ángulos de la pareja que resta conocer medirá

$$\frac{360^\circ - 100^\circ}{2} = 130^\circ$$

c) Dividiendo el paralelogramo por la mitad tenemos:



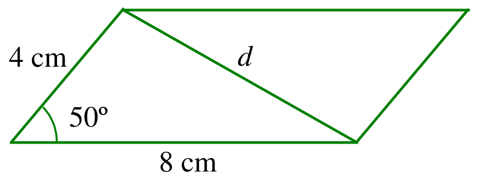
Por el teorema de los cosenos:

$$D^2 = 4^2 + 8^2 - 2 \cdot 4 \cdot 8 \cdot \cos 130^\circ$$

Luego:

$$D = \sqrt{80 - 64 \cdot \cos 130^\circ} \approx 11.0 \text{ cm}$$

Para la otra diagonal:

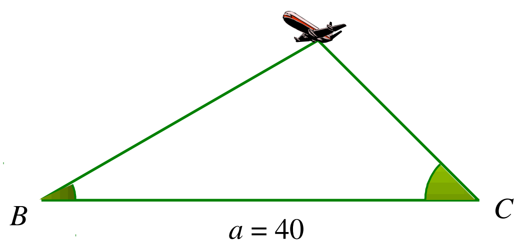


Por el teorema de los cosenos, análogamente:

$$d = \sqrt{80 - 64 \cdot \cos 50^\circ} \approx 6{,}2 \text{ cm}$$

<u>EJERCICIO 4</u>:

Esquemáticamente, la situación se reduce a calcular b y c en el siguiente triángulo, en el que sabemos que $\hat{B} = 45^\circ$, $\hat{C} = 60^\circ$ y $a = 40$:



Obviamente:

$$\hat{A} = 180^\circ - (45^\circ + 30^\circ) = 105^\circ$$

Aplicando el teorema de los senos:

$$\frac{b}{\operatorname{sen} \hat{B}} = \frac{a}{\operatorname{sen} \hat{A}} \rightarrow b = \frac{40 \cdot \operatorname{sen} 60^\circ}{\operatorname{sen} 105^\circ} \approx 35{,}9 \text{ km}$$
$$\frac{c}{\operatorname{sen} \hat{C}} = \frac{a}{\operatorname{sen} \hat{A}} \rightarrow c = \frac{40 \cdot \operatorname{sen} 45^\circ}{\operatorname{sen} 105^\circ} \approx 29{,}3 \text{ km}$$