Nombre:____ *Curso*:_____

Matemáticas I – Geometría del plano

EJERCICIO 1: Consideremos el triángulo de vértices $A = (5, 1)$, $B = (1\,, 3)$, $C = (7\,, 5)$.

a) Obtén la ecuación de la recta AB.

b) ¿Cuál es su pendiente? ¿Qué ángulo forma con el eje X?

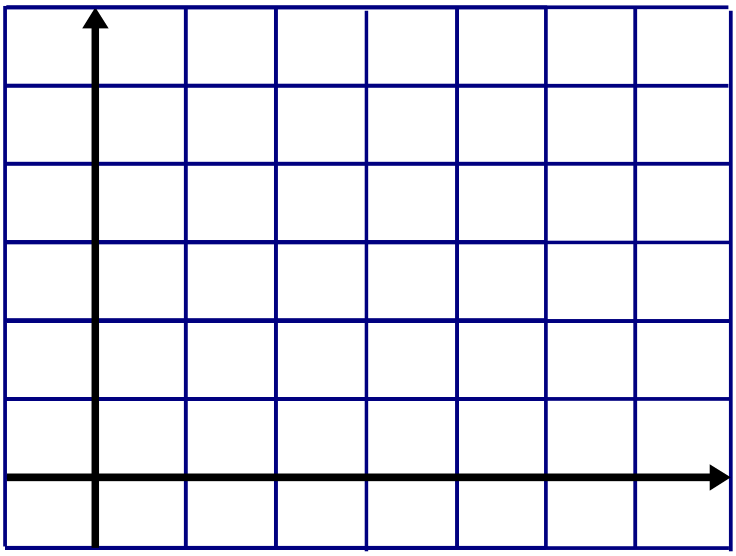
c) Halla el área del triángulo.

d) Halla la ecuación de la recta altura relativa al vértice C.

e) Obtén la ecuación de la mediatriz del segmento $\overline{AB}$.

f) Obtén la ecuación de la mediana relativa al vértice B.

g) Calcula las coordenadas del punto intersección de éstas dos últimas rectas.

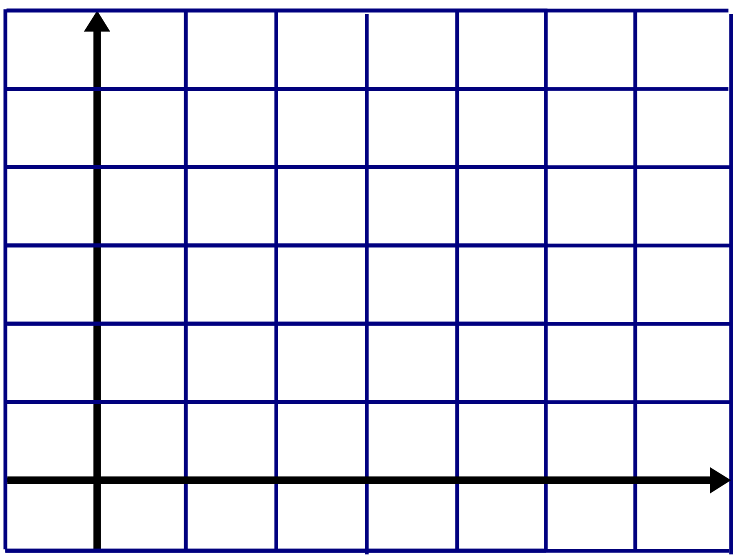


EJERCICIO 2: Dados $r : 3x + 4y - 12 = 0$, $s : ax - 8y + 5 = 0$, $P = (4\,, b)$:

a) Halla los puntos en que r corta a los ejes de coordenadas y dibújala.

b) Halla a sabiendo que r y s son rectas paralelas.

c) Obtén b sabiendo que P dista 4 unidades de la recta r .



EJERCICIO 1: Consideremos el triángulo de vértices $A = (5, 1)$, $B = (1\,, 3)$, $C = (7\,, 5)$.

a) La recta AB pasa por A con dirección $\overrightarrow{AB}$:

$$\left.\begin{array}{r} A = (5\,,1) \\ \overrightarrow{AB} = (4\,,-2) \end{array}\right\} \rightarrow \frac{x-5}{4} = \frac{y-1}{-2}$$

Multiplicando en cruz y trasponiendo:

$$AB : 4y - 4 = -2x + 10 \rightarrow 2x + 4y - 14 = 0$$

b) ¿Cuál es su pendiente? ¿Qué ángulo forma con el eje X?

$$\overrightarrow{AB} = (4\,,-2) \rightarrow m_{AB} = \frac{-2}{4} \rightarrow m_{AB} = -\frac{1}{2}$$

Sea α el ángulo que forma con el semieje positivo de abscisas (OX). Se cumple:

$$\tan\alpha = m \;\rightarrow\; \tan\alpha = -0.5 \;\rightarrow\; \alpha = \arctan(-0.5) \;\rightarrow\; \alpha = 153°26'6''$$

c) Para hallar el área del triángulo tomamos como base el segmento $\overline{AB}$. Así la altura es la distancia del vértice C a la recta AB:

$$base = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{16+4} = \sqrt{20}$$

$$altura = \mathrm{d}\,(C\,,AB) = \frac{14+20-14}{\sqrt{20}} = \frac{20}{\sqrt{20}}$$

Luego:

$$\text{Superficie} = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2} = \frac{\sqrt{20}\cdot\dfrac{20}{\sqrt{20}}}{2} \quad\rightarrow\quad \text{Superficie} = 10\ (u^2)$$

d) Como la altura es perpendicular a la base, buscamos un ortogonal a la base:

$$\overrightarrow{AB} = (4\,,-2) \rightarrow \vec{v} = (2\,,4)$$

Así, la perpendicular tiene de ecuación:

$$\left.\begin{array}{l} C = (7\,,5) \\ \vec{v} = (2\,,4) \end{array}\right\} \rightarrow \frac{x-7}{2} = \frac{y-5}{4} \rightarrow 4x - 2y - 18 = 0 \rightarrow 2x - y - 9 = 0$$

e) La mediatriz es perpendicular también al segmento $\overline{AB}$, luego un vector director de ella es $\vec{v} = (2\,,4)$. Y pasa por el punto medio :

$$M_{\overline{AB}} = \frac{A+B}{2} = (3\,,2)$$

Luego su ecuación es:

$$\frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{4} \rightarrow 4x - 2y - 8 = 0 \rightarrow 2x - y - 4 = 0$$

f) Para hallar la mediana relativa al vértice B, lo primero es obtener el punto medio del lado opuesto:

$$M_{\overline{AC}} = \frac{A+C}{2} = (6\,,3)$$

La mediana pasa por el vértice B y por ese punto medio:

$$\left.\begin{array}{r} B = (1\,,3) \\ \overrightarrow{BM} = (5\,,0) \end{array}\right\} \rightarrow \frac{x-1}{5} = \frac{y-3}{0} \rightarrow 5y - 15 = 0 \rightarrow y - 3 = 0$$

g) Calcula las coordenadas del punto intersección de éstas dos últimas rectas.

Para obtener el corte de ambas rectas resolvemos el sistema que forman sus ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{r} 2x-y-4=0 \\ y-3=0 \end{array}\right\} \rightarrow \; x=3.5\,,\, y=3 \;\rightarrow\; P=(3.5\,,3)$$

EJERCICIO 2: Dados $r: 3x+4y-12=0$, $s: ax-8y+5=0$, $P=(4\,,b)$:

a) Halla los puntos en que r corta a los ejes de coordenadas y dibújala.

Corte con eje X: $y=0 \;\rightarrow\; 3x-12=0 \;\rightarrow\; x=4 \;\rightarrow\; A=(4\,,0)$

Corte con eje Y: $x=0 \;\rightarrow\; 4y-12=0 \;\rightarrow\; y=3 \;\rightarrow\; B=(0\,,3)$

b) Dos rectas son paralelas cuando tienen la misma pendiente:

$r: 3x+4y-12=0 \rightarrow \vec{v}_r=(-4\,,3) \rightarrow m_r=-\dfrac{3}{4}$

$s: ax-8y+5=0 \rightarrow \vec{v}_s=(8\,,a) \rightarrow m_s=\dfrac{a}{8}$

Igualando:

$$m_r=m_s \rightarrow \frac{a}{8}=-\frac{3}{4} \rightarrow a=-6$$

c) Como $\mathrm{d}\,(P\,,r)=4$, aplicando la fórmula de la distancia de un punto a una recta::

$$\frac{|12+4b-12|}{\sqrt{9+16}}=4 \rightarrow |4b|=20 \rightarrow 4b=\pm 20 \rightarrow b=\pm 5$$