Nombre:______________________________________ *Curso*:_____	
Matemáticas I - Trigonometría	

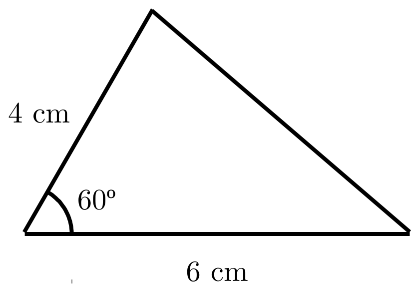
EJERCICIO 1: Sea α un ángulo con $270° < \alpha < 360°$ que verifica $\sec\alpha = \dfrac{3}{2}$.

a) [1,5] Halla el valor exacto de las razones trigonométricas principales de dicho ángulo.

b) [0,5] Expresa la medida de α en grados, minutos y segundos.

EJERCICIO 2: [2,5]

Halla el perímetro y el área del siguiente triángulo:



EJERCICIO 3: Demuestra que

a) [1,25] No puede existir un triángulo con $\hat{A} = 80°$, $a = 45$ cm , $b = 60$ cm.

b) [1,25] El triángulo cuyos lados miden 3, 4 y 6 *cm*, respectivamente, es obtusángulo.

EJERCICIO 4:

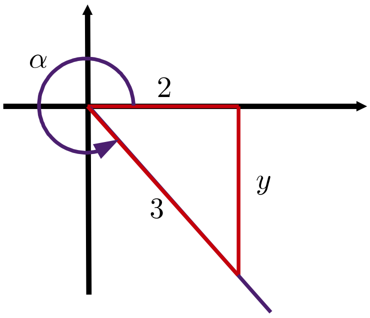
a) [1] Demuestra la siguiente identidad trigonométrica:

$$\frac{1+\tan^2 a}{\sec a} = \tan a \cdot \csc a$$

b) [1] Sea α un ángulo agudo con $\tan\alpha = t$. Expresa el seno y el coseno en función de t.

c) [1] El seno de un ángulo agudo es el triple de su coseno. ¿Qué ángulo es? Dibújalo.

EJERCICIO 1: Dibujemos el ángulo α:



$$\sec\alpha = \frac{3}{2} \;\rightarrow\; \cos\alpha = \frac{2}{3}$$

Por el Teorema de Pitágoras podemos hallar y:

$$y^2 + 2^2 = 3^2 \;\rightarrow\; y = -\sqrt{5}$$

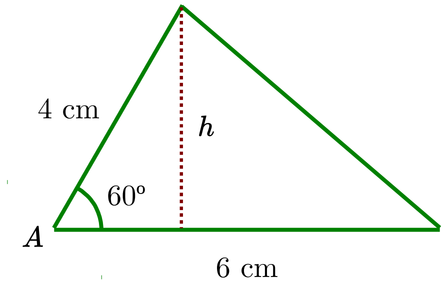
De aquí:

$$\operatorname{sen}\alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3} \text{ y } \tan\alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3}$$

Con la ayuda de la calculadora obtenemos:

$$\alpha = 360^\circ - \arccos\left(\frac{2}{3}\right) \;\rightarrow\; \alpha \approx 326^\circ 18' 36''$$

EJERCICIO 2:



Calculemos la altura:

$$\frac{h}{4} = \operatorname{sen} 60^\circ \;\rightarrow\; h = 4 \cdot \frac{1}{2} = 2$$

Luego

$$\mathcal{A} = \frac{6 \cdot 2}{2} = 6 \text{ cm}^2$$

Pongamos $a = 3$, $b = 4$ y $c = 6$. Por el Teorema de los cosenos:

$$a^2 = 34 + 16 - 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 52 - 24\sqrt{3} \;\rightarrow\; a \approx 3.23 \text{ cm}$$

Así, el perímetro:

$$p = a + b + c \approx 13,23 \text{ cm}$$

EJERCICIO 3:

a) Aplicando el teorema de los senos, debería ser:

$$\frac{b}{\operatorname{sen}\hat{B}} = \frac{a}{\operatorname{sen}\hat{A}} \;\rightarrow\; \operatorname{sen}\hat{B} = \frac{60 \cdot \operatorname{sen} 80^\circ}{45} \approx 1.3\ldots > 1$$

Pero sabemos que eso es imposible, pues el seno de un ángulo no puede superar a 1.

b) Pongamos $a = 3$, $b = 4$ y $c = 6$. Por el Teorema de los cosenos:

$$\cos\hat{C} = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = -\frac{11}{24} < 0$$

De ahí deducimos que ese ángulo es obtuso.

EJERCICIO 4:

a) Vamos a desarrollar ambos miembros para comprobar la igualdad:

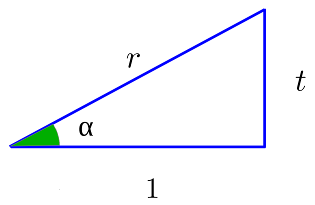
$$\mathrm{I} = \left(1 + \frac{\operatorname{sen}^2 a}{\cos^2 a}\right) : \frac{1}{\cos a} = \frac{\operatorname{sen}^2 a + \cos^2 a}{\cos^2 a} = \frac{1}{\cos^2 a} : \frac{1}{\cos a} = \frac{\cos a}{\cos^2 a} = \frac{1}{\cos a}$$

$$\mathrm{II} = \frac{\operatorname{sen} a}{\cos a} : \frac{1}{\operatorname{sen} a} = \frac{1}{\cos a}$$

b) Como se tiene que

$$\tan \alpha = \frac{y}{x}$$

el ángulo es el dibujado a continuación:



Calculamos, por el teorema de Pitágoras:

$$r^2 = 1^2 + t^2 \ \rightarrow \ r = \sqrt{1 + t^2}$$

Así:

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{y}{r} = \frac{t}{\sqrt{1+t^2}} \ , \ \cos \alpha = \frac{x}{r} = \frac{1}{\sqrt{1+t^2}}$$

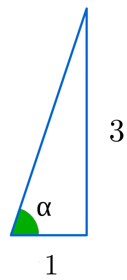
c) Se tiene:

$$\operatorname{sen} \alpha = 3 \cdot \cos \alpha \ \rightarrow \ \tan \alpha = 3$$

Como se tiene que

$$\tan \alpha = \frac{y}{x}$$

el ángulo es el dibujado a continuación:



La medida del ángulo es:

$$\alpha = \arctan(3) \ \rightarrow \ \alpha \approx 71°33'54''$$