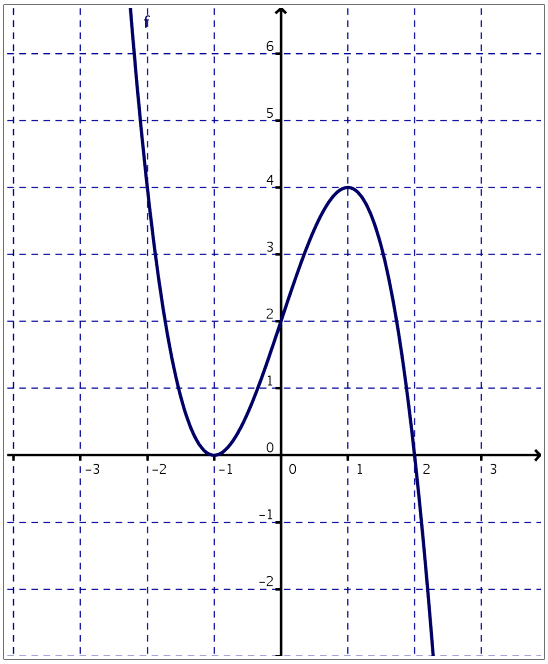
Nombre:____ ***Curso***:_____	
Matemáticas I - Álgebra	

EJERCICIO 1 [2]: La gráfica de $y = -x^3 + 3x + 2$ es la mostrada:



a) [0,25] Resuelve la ecuación:

$$-x^3 + 3x + 2 = 0$$

b) [0,75] Estudia el signo de la función $y = -x^3 + 3x + 2$ y deduce la solución de la inecuación:

$$-x^3 + 3x + 2 > 0$$

c) [1] Resuelve el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} y = -x^3 + 3x + 2 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

EJERCICIO 2 [2,5]: Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 3^y : 9^x &= 9 \\ \log_2(5x+2) - \log_2 y &= 1 \end{cases}$$

EJERCICIO 3 [3]: Averigua para qué valores de x existe

a) $y = \dfrac{1}{6x^3 + 7x^2 - 1}$

b) $y = \ln\left(x^2 - 9\right)$

EJERCICIO 4 [2,5]: Plantee una ecuación o sistema de ecuaciones que permita resolver estos problemas:

a) “Un rectángulo de perímetro 28 cm está inscrito en una circunferencia de 5 cm de radio. ¿Cuáles son sus dimensiones?”

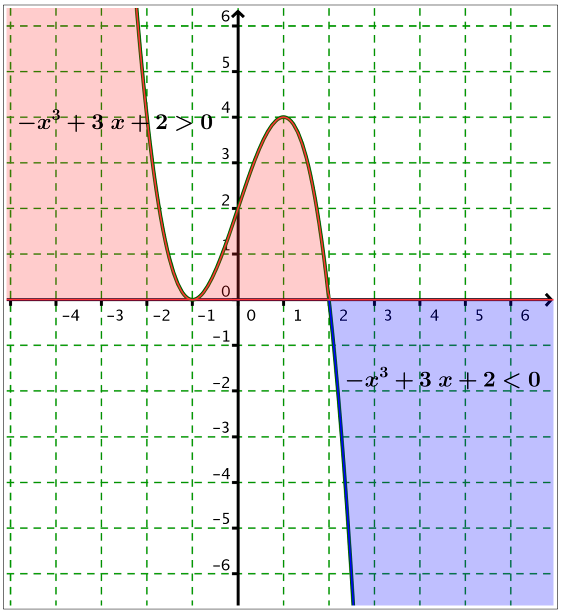
b) “Disponemos de dos tipos de pienso para mezclar: A y B. Si mezclamos 2 kilos de A con 3 kilos de B obtenemos un compuesto a 5,20 euros el kilo, y si realizamos una mezcla a partes iguales obtenemos un compuesto a 5 euros el kilo. Averigüe el precio del kilo de cada pienso.”

EJERCICIO 1:

a) Las soluciones de la ecuación $-x^3+3x+2=0$ se aprecian en los puntos de corte con el eje X: $x=-1$, $x=2$

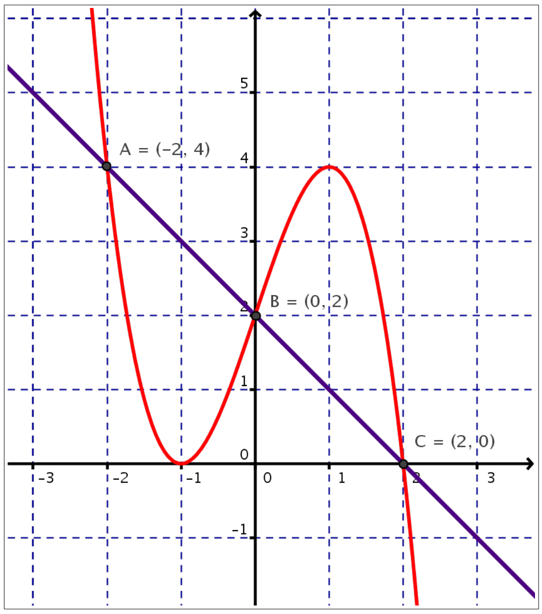
b) En la gráfica apreciamos que es $-x^3+3x+2>0$ cuando

$$x\in(-\infty,-1)\cup(-1,2)$$



c) La solución del sistema son los puntos donde se intersectan ambas gráficas. Hay tres soluciones:

$$(x,y)=(-2,4)\ ,\ (0,2)\ ,\ (2,0)$$



EJERCICIO 2:

Quitemos exponenciales: $3^y:9^x=9\ \to\ 3^y:3^{2x}=3^2\ \to\ 3^{y-2x}=3^2\ \to\ y-2x=2$

Quitemos logaritmos: $\log_2(5x+2)-\log_2 y=1\ \to\ \log_2\dfrac{5x+2}{y}=1\ \to\ \dfrac{5x+2}{y}=2$

Ahora resolvemos por sustitución (despejamos de la primera ecuación y sustituimos en la segunda):

$$\left\{\begin{array}{lcl} y-2x & = & 2 \xrightarrow{despejo} y=2+2x \\ 5x+2 & = & 2y \xrightarrow[sustituyo]{} 5x+2=2(2+2x)\ \to 5x+2=4+2x\ \to x=2 \xrightarrow{y=2+2x} y=6 \end{array}\right.$$

Es fácil comprobar que es válida. Así, el sistema tiene sólo una solución: $(x,y)=(2,6)$

EJERCICIO 3:

a) En este caso el denominador no puede ser cero: resolvamos la ecuación $6x^3+7x^2-1=0$.

Probando con los divisores de 1 encontramos que -1 es un cero: $(-1)^3+7\cdot(-1)^2-1=0$; luego $(x+1)$ es un divisor. Realizando la división:

$$6x^3+7x^2-1=(x+1)\cdot\left(6x^2+x-1\right)$$

Ahora ya podemos encontrar fácilmente todas las soluciones:

$$6x^3+7x^2-1=0\ \to\ (x+1)\cdot\left(6x^2+x-1\right)=0\ \to\ \left|\begin{array}{l} x+1=0\ \to\ x=-1 \\ 6x^2+x-1=0\ \to\ x=-\frac{1}{2}\ ,\ x=\frac{1}{3}\end{array}\right.$$

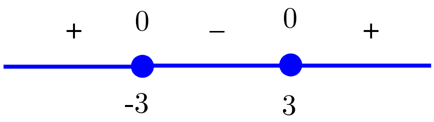
Tenemos así que x no puede ser igual a esos números:

$$\mathbb{D}=\mathbb{R}-\left\{-1,-\frac{1}{2},\frac{1}{3}\right\}$$

b) Debe ser

$$x^2 - 9 > 0$$

Estudiando el signo:

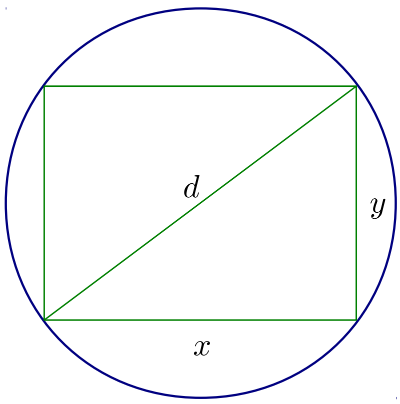


Luego el dominio es

$$\mathbb{D} = (-\infty\,, -3) \cup (3\,, +\infty)$$

<u>EJERCICIO 4</u>:

a) Tomemos un rectángulo como el de la figura y observemos que la diagonal del rectángulo coincide con el diámetro de la circunferencia:



Perímetro igual a 28: $\rightarrow$ $2x + 2y = 28$

Por el T. de Pitágoras ($d = 10$): $\rightarrow$ $x^2 + y^2 = 10^2$

Tenemos que resolver el sistema

$$\left\{ \begin{array}{rcl} x + y & = & 14 \\ x^2 + y^2 & = & 100 \end{array} \right.$$

b) Llamemos x al precio, en euros, del kilo de pienso A e y al del pienso B.

2 kilos a x euros el kilo de A + 3 kilos a y euros el kilo de B son 5 kilos de mezcla a 5,20 euros el kilo:

$$2x + 3y = 5 \cdot 5.20$$

1 kilo a x euros el kilo de A + 1 kilo a y euros el kilo de B son 2 kilos de mezcla a 5 euros el kilo:

$$x + y = 2 \cdot 5$$

Tenemos que resolver el sistema

$$\left\{ \begin{array}{rcl} x + y & = & 10 \\ 2x + 3y & = & 26 \end{array} \right.$$