Nombre: ____ *Curso 1º*	
Matemáticas I – Aritmética – 22/10/2012	

✗ Ejercicio 1: Consideremos los números:

$$p = 3{,}4\widehat{5} \quad , \quad q = \sqrt{13}$$

a) ¿Son p y q iguales a una fracción de números enteros? Hállala si es posible.

b) Aproxima q hasta las milésimas por exceso. Obtén el error absoluto cometido (ε) y acótalo.

c) ¿Cómo podemos construir un segmento cuya longitud sea q ?

✗ Ejercicio 2: Tomemos los intervalos.

$$A = \{x \mid -2 \leq x < 6\} \ , \ B = (-\infty \, , 4)$$

a) Obtén su unión e intersección.

b) Expresa A de todas las formas posibles.

c) Dí cuál es el mayor y el menor número de A si es posible.

d) ¿Cuántos números enteros hay en A? ¿Y racionales?

✗ Ejercicio 3 [2]:

a) ¿A qué número hay que elevar 8 para obtener 5 ? Redondéalo hasta las milésimas.

b) Obtengamos a, b y c:

$$\log_3 a = -2 \ , \ \log_2 \sqrt[3]{4} = b \ , \ \log_c 2 = \frac{1}{5}$$

✗ Ejercicio 4:

a) Despeja x:

$$\log_3 x + \log_3 b = 2\log_3 a - \frac{1}{2}\log_3 c$$

b) Sabiendo que $\ln 2 = a$ y $\ln 3 = b$ expresa en función de a y de b:

$$\ln \frac{\sqrt[5]{12}}{27}$$

✗ Ejercicio 5: Estudiemos el signo de

$$f = \frac{3x+6}{8-4x}$$

según los valores de x. ¿Cuándo es $f \geq 0$?

✗ Ejercicio 1:

a) El número p sí es una fracción de enteros, porque al ser periódico es racional:

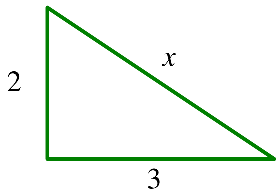
$$p = \frac{345 - 34}{90} = \frac{114}{90} = \frac{311}{90}$$

El número q no, puesto que es irracional: su expresión decimal es no periódica.

b) $q = 3{,}6055\ldots \approx 3{,}606$

$\varepsilon = 3{,}606 - 3{,}6055\ldots = 0{,}000448\ldots < 0{,}001$ (en realidad es inferior a 5 diezmilésimas).

c) Para ello se usa el Teorema de Pitágoras:



$$x^2 = 3^2 + 2^2$$
$$\downarrow$$
$$x^2 = 13$$
$$\downarrow$$
$$x = \sqrt{13}$$

Como vemos, la hipotenusa de ese triángulo rectángulo es un segmento que mide $\sqrt{13}$ unidades de longitud.

✗ Ejercicio 2:

a) $A \cap B = [-2, 4)$, $A \cup B = (-\infty, 6)$

b) A es el intervalo cerrado-abierto desde -2 hasta 6 $= [-2, 6)$

c) El menor número de A es -2 .

El mayor número de A no existe: el extremo superior es 6, pero no forma parte del intervalo.

d) Los enteros de A son: $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$. Hay, pues, ocho números enteros en A.

Hay infinitos racionales, porque entre dos números reales cualesquiera siempre hay infinitos racionales.

✗ Ejercicio 3:

a) Sea x ese número:

$$8^x = 5 \;\rightarrow\; x = \log_8 5$$

Cambiando la base:

$$x = \frac{\log_{10} 5}{\log_{10} 8} \approx 0{,}774$$

b) $\log_2 a = -2 \;\rightarrow\; a = 3^{-2} \;\rightarrow\; a = \dfrac{1}{9}$

$\log_2 \sqrt[3]{4} = b \;\rightarrow\; 2^b = \sqrt[3]{4} \;\rightarrow\; 2^b = 2^{\frac{2}{3}} \;\rightarrow\; b = \dfrac{2}{3}$

$\log_c 2 = \dfrac{1}{5} \;\rightarrow\; c^{\frac{1}{5}} = 2 \;\rightarrow\; c = 2^5 \;\rightarrow\; c = 32$

✗ <u>Ejercicio 4</u>:

a) Aplicando las propiedades de los logaritmos:

$$\log_3(x \cdot b) = \log_3\left(\frac{a^2}{c^{1/2}}\right)$$

Igualando los argumentos:

$$x \cdot b = \frac{a^2}{\sqrt{c}}$$

Despejando x :

$$x = \frac{a^2}{b\sqrt{c}}$$

b) Tenemos:

$$\ln\frac{\left(2^2 \cdot 3\right)^{\frac{1}{5}}}{3^3} = \ln\frac{2^{\frac{2}{5}} \cdot 3^{\frac{1}{5}}}{3^3} = \frac{2}{5}\cdot\ln 2 + \frac{1}{5}\cdot\ln 3 - 3\cdot\ln 3 = \frac{2}{5}a + \frac{1}{5}b - 3\cdot b = \frac{2a-14b}{5}$$

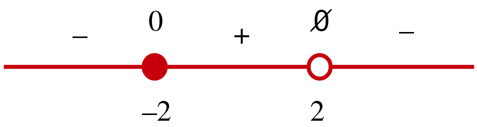
✗ <u>Ejercicio 5</u>:

$$f = \frac{3x+6}{8-4x}$$

Obtengamos los ceros:

- Veamos cuándo es cero el numerador: $3x+6=0 \ \rightarrow \ x=-2$
- Veamos cuándo lo es el denominador: $8-4x=0 \ \rightarrow \ x=2$

Intervalos de signo:



Concluimos que es $f \geq 0$ cuando x es mayor o igual que -2 y es menor que 2 :

$$S = [-2, 2)$$