6 VECTORES

VECTORES Y TRASLACIONES

Un **vector** es un par ordenado de números reales. Al conjunto de todos los vectores se le designa por $\mathbb{R}^2$:

$$\mathbb{R}^2 = \{(v_1, v_2) : v_1, v_2 \in \mathbb{R}\}$$

En el vector $\vec{v} = (v_1, v_2)$, los números v_1 y v_2 se denominan **componentes**.

Un vector $\vec{v}$ define en el plano un movimiento llamado **traslación**:

$$P \longrightarrow P' = P + \vec{v}$$

Se dice en ese caso que el vector $\vec{v}$ va desde P hasta P' . Y se escribe así:

$$\vec{v} = \overrightarrow{PP'}$$

El vector que tiene origen en $P = (x, y)$ y extremo en $P' = (x', y')$ viene dado por:

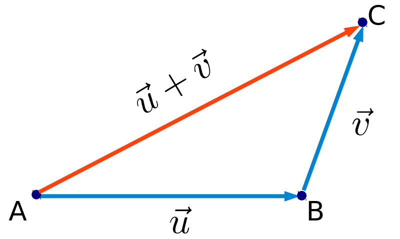
$$\overrightarrow{PP'} = P' - P = (x' - x, y' - y)$$

SUMA DE VECTORES

Dados $\vec{u} = (u_1, u_2)$ y $\vec{v} = (v_1, v_2)$ se define el vector **suma** $\vec{u} + \vec{v}$ por:

$$\vec{u} + \vec{v} = (u_1 + v_1, u_2 + v_2)$$

Gráficamente:



Esta se denomina “**regla del paralelogramo**”

PRODUCTO POR UN NÚMERO

Se define el producto del número λ por el vector $\vec{u} = (u_1, u_2)$ como el vector:

$$\lambda \cdot \vec{u} = (\lambda u_1, \lambda u_2)$$

El vector $\lambda \cdot \vec{u}$ tiene:

- la misma dirección que $\vec{u}$.
- el mismo sentido que $\vec{u}$ si $\lambda > 0$ y sentido contrario si $\lambda < 0$.
- una longitud igual al valor absoluto de λ por la longitud de $\vec{u}$.

COMBINACIONES LINEALES

Cualquier vector del forma

$$\lambda \cdot \vec{u} + \mu \cdot \vec{v}$$

se dice que es una **combinación** lineal de $\vec{u}$ y $\vec{v}$.

En el caso de un único vector, las combinaciones lineales de $\vec{u}$ serían los vectores de la forma $\lambda \cdot \vec{u}$.

DPENDENCIA LINEAL

Se dice que dos vectores son linealmente **dependientes** cuando uno es un múltiplo del otro. En caso contrario, se dice que son linealmente **independientes**.

Gráficamente, dos vectores dependientes son paralelos y dos independientes tienen distinta dirección.

BASES

En el plano, una **base** es una pareja de vectores linealmente independientes.

Si $\mathscr{B} = \{\vec{u}, \vec{v}\}$ es una base de $\mathbb{R}^2$, entonces todo vector $\vec{x}$ puede expresarse de forma única como combinación lineal de $\vec{u}$ y $\vec{v}$:

$$\vec{x} = s\vec{u} + t\vec{v}$$

En ese caso, se dice que las coordenadas de $\vec{x}$ en dicha base son (s, t) .

PRODUCTO ESCALAR

El **producto escalar** $\vec{u} \cdot \vec{v}$ es el número definido por:

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = u_1 v_1 + u_2 v_2$$

El **módulo** o longitud de $\vec{u} = (u_1, u_2)$ viene dado por

$$|\vec{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2}$$

El **ángulo** entre dos vectores viene dado por:

$$\cos\left(\widehat{\vec{u}, \vec{v}}\right) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$$

Proyección de $\vec{b}$ sobre $\vec{a}$:

$$p = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}|}$$

Criterio de perpendicularidad u **ortogonalidad**:

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Longleftrightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$$