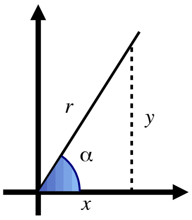
3-4 TRIGONOMETRÍA

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

Las razones trigonométricas de un ángulo α son:



$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{y}{r} \quad \rightarrow \quad \csc\alpha = \frac{1}{\operatorname{sen}\alpha}$$

$$\cos\alpha = \frac{x}{r} \quad \rightarrow \quad \sec\alpha = \frac{1}{\cos\alpha}$$

$$\tan\alpha = \frac{y}{x} \quad \rightarrow \quad \cot\alpha = \frac{1}{\tan\alpha}$$

RELACIONES ELEMENTALES

Fórmula fundamental:

$$\operatorname{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

Tangente como cociente:

$$\tan\alpha = \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha}$$

GRADOS Y RADIANES

Tenemos la siguiente correspondencia:

$$180^\circ \equiv \pi \text{ rad}$$

ÁNGULOS BÁSICOS

	0º	30º	45º	60º	90º
seno	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
coseno	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

REDUCCIÓN AL PRIMER CUADRANTE

Las razones trigonométricas de los ángulos

$$\alpha \text{ , } 180^\circ - \alpha \text{ , } 180^\circ + \alpha \text{ , } 360^\circ - \alpha \text{ , } -\alpha$$

son las mismas con la posible excepción del signo, que es el correspondiente al cuadrante del ángulo.

SUMA Y DIFERENCIA

Dados dos ángulos α y β se **tiene** que:

$$\operatorname{sen}(\alpha \pm \beta) = \operatorname{sen}\alpha \cdot \cos\beta \pm \cos\alpha \cdot \operatorname{sen}\beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta \mp \operatorname{sen}\alpha \cdot \operatorname{sen}\beta$$

$$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan\alpha \pm \tan\beta}{1 \mp \tan\alpha \cdot \tan\beta}$$

*Ojo con los signos cambiados.

ÁNGULO DOBLE

Dado un ángulo α se tiene que:

$$\operatorname{sen}(2\alpha) = 2 \cdot \operatorname{sen}\alpha \cdot \cos\alpha$$

$$\cos(2\alpha) = \cos^2\alpha - \operatorname{sen}^2\alpha$$

$$\tan(2\alpha) = \frac{2 \cdot \tan\alpha}{1 - \tan^2\alpha}$$

ÁNGULO MITAD

Dado un ángulo α se tiene que:

$$\operatorname{sen}\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}$$

$$\cos\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}$$

$$\tan\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}$$

Donde el signo depende del cuadrante del ángulo.

SUMAS Y PRODUCTOS

Dados cualesquiera A y B se tiene que:

$$\operatorname{sen}A + \operatorname{sen}B = 2 \cdot \operatorname{sen}\frac{A+B}{2} \cdot \cos\frac{A-B}{2}$$

$$\operatorname{sen}A - \operatorname{sen}B = 2 \cdot \cos\frac{A+B}{2} \cdot \operatorname{sen}\frac{A-B}{2}$$

$$\cos A + \cos B = 2 \cdot \cos\frac{A+B}{2} \cdot \cos\frac{A-B}{2}$$

$$\cos A - \cos B = -2 \cdot \operatorname{sen}\frac{A+B}{2} \cdot \operatorname{sen}\frac{A-B}{2}$$

TEOREMA DE LOS SENOS

En un triángulo $\overset{\triangle}{ABC}$ se cumple:

$$\frac{a}{\operatorname{sen}\hat{A}} = \frac{b}{\operatorname{sen}\hat{B}} = \frac{c}{\operatorname{sen}\hat{C}} = 2R$$

donde R es el *circunradio*.

TEOREMAS DE LOS COSENOS

En un triángulo $\triangle ABC$ se cumple:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2\,b\,c\cos\hat{A}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2\,a\,c\cos\hat{B}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2\,a\,b\cos\hat{C}$$