Nombre:____ *Curso*:_____

Estadística – Muestreo e Inferencia - 03/05/2024

EJERCICIO 1:

a) [1.25] Una población se ha dividido en 4 estratos de tamaño 3700, 1200, 2200 y 4100. Utilizando muestreo aleatorio estratificado con afijación proporcional se han seleccionado 286 individuos del tercer estrato. Calcula el tamaño muestral y el número de individuos elegidos de los otros estratos.

b) [1,25] Consideremos la variable aleatoria **X** = { 1 , 3 , 5 }. Se forman todas las muestras de tamaño dos con reemplazamiento. ¿Cuál es la desviación típica de las medias muestrales?

EJERCICIO 2:

Las naranjas de una cosecha tienen un peso medio de 145 gr. y una desviación típica de 30 gr. Las naranjas se ponen a la venta en cajas de 100 unidades.

a) [1] ¿Qué distribución siguen los pesos medios de las cajas?

b) [1,5] Halle la probabilidad de que el peso de una caja sea inferior a 14 kg.

EJERCICIO 3:

En una población, una variable aleatoria sigue una ley normal con desviación típica 12. Con un nivel de confianza del 90% se ha construido un intervalo para la media poblacional, que ha resultado ser

$$I = (36.71, 43.29)$$

a) [0,5] ¿Cuál es la media muestral?

b) [2] ¿Cuál es el tamaño muestral?

EJERCICIO 4:

Para un estudio acerca del uso del transporte público en una ciudad, se selecciona una muestra aleatoria de 400 individuos, obteniéndose que 123 de ellos lo utilizan.

a) [1,5] Obtengamos un intervalo, con una confianza del 94%, para estimar la proporción poblacional.

b) [0,5] ¿Cuál ha sido el error máximo cometido?

c) [0,5] Razona si podemos hacer algo que permita aumentar la confianza de la estimación anterior manteniendo la misma amplitud del intervalo.

1 a)

POBL.			
I	II	III	IV
3700	1200	2200	4100

$N = 11200$

$\longrightarrow$

MUESTRA			
I	II	III	IV
481	156	286	533

$n = 1456$

$\left\{ \begin{array}{l} 2200 \text{ — } 286 \\ 11200 \text{ — } x \end{array} \right.$

$n = \frac{286}{2200} \cdot 11200 = 1456$; $\quad I = \frac{3700}{11200} \times 1456 = 481$, $\quad II : \frac{1200}{11200} \times 1456$; $\quad IV =$ resto

b) $\left. \begin{array}{l} \mu = \frac{9}{3} = 3 \\ \sigma = \sqrt{\frac{35}{3} - 9} = \sqrt{\frac{8}{3}} \end{array} \right\} \bar{\sigma} = \frac{\sigma}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{8/3}}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow \boxed{\bar{\sigma} = \frac{2}{\sqrt{3}}}$

2 X = "peso naranjas cosecha" tiene $\left\{ \begin{array}{l} \mu = 145 \text{ gr} \\ \sigma = 30 \text{ gr} \end{array} \right.$

ⓐ $\boxed{n = 100 > 30 \text{ suf. grande} \overset{TCL}{\Rightarrow} \bar{X} \text{ normal con } \left\{ \begin{array}{l} \bar{\mu} = \mu = 145 \text{ gr} \\ \bar{\sigma} = \frac{\sigma}{\sqrt{100}} = 3 \text{ gr} \end{array} \right.}$

ⓑ $\boxed{\frac{14000}{100} = 140 \text{ gr media}} \Rightarrow p[\bar{x} < 140] = p\left[z < \frac{140-145}{3}\right] = p\left[z < -\frac{5}{3}\right] = p[z > 5/3] =$

$= p[z > 1'67] = 1 - 0'9525 = \boxed{0'0475}$

3 X es normal $\left\{ \begin{array}{l} \mu = ? \\ \sigma = 12 \end{array} \right.$

$1 - \alpha = 0'90 \longrightarrow p(z < z_{\alpha/2}) = 1 - 0'05 = 0'95 \to z_{\alpha/2} = 1'645$

ⓐ $\bar{x} = \frac{36'71 + 43'29}{2} = 40 \to \boxed{\bar{x} = 40}$

ⓑ $E = \frac{L}{2} = \frac{6'58}{2} = 3'29 \Rightarrow 3'29 = 1'645 \cdot \frac{12}{\sqrt{n}} \Rightarrow \sqrt{n} = 6 \Rightarrow \boxed{n = 36}$

4 $\tilde{p} = \frac{123}{400}$ $(n = 400) \Rightarrow$ Prop. muestral

a) $1 - \alpha = 0'94 \Rightarrow p(z < z_{\alpha/2}) = 1 - 0'03 = 0'97 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1'88$

$I = (\tilde{p} - E, \tilde{p} + E) = (0'3075 - 0'0434, 0'3075 + 0'0434) \Rightarrow \boxed{I = (0'2641, 0'3509)}$

$E = z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\tilde{p}\tilde{q}}{n}} = 1'88 \sqrt{\frac{0'3075 \cdot 0'6925}{400}} = 0'043377\ldots \approx 0'0434$

b) Es el nº E calculado arriba : $\boxed{E_{max} \approx 0'0434}$

c) Al aumentar $1-\alpha \Rightarrow$ aumenta $z_{\alpha/2} \Rightarrow$ aumenta $E \Rightarrow$ aumenta $L = 2E$

Para compensarlo, hemos de incrementar n convenientemente (pues al estar en el denominador su aumento implica disminución de E).