Nombre: ____ ***Curso 2º***	
Muestreo e Inferencia	

✗ Ejercicio 1 [2,5]:

a) [1,5] Escriba todas las muestras de tamaño 2 que, mediante un muestreo aleatorio simple y con reemplazamiento, se pueden extraer del conjunto { 4 , 6 , 8 } y determine el valor de la varianza de las medias de esas muestras.

b) [1] De una población de 600 mujeres y 300 hombres se desea seleccionar, mediante muestreo aleatorio estratificado con afijación proporcional, una muestra de tamaño 60 distribuida en los dos estratos, ¿cuál será la composición de la muestra?

✗ Ejercicio 2 [2,5]: El peso de los alumnos de primaria de un colegio sigue una distribución Normal de media 30 kg y desviación típica 2,5 kg.

Consideremos muestras aleatorias de 16 alumnos.

a) [0.5] ¿Qué distribución sigue la media de las muestras?

b) [2] Si elegimos al azar una de esas muestras, ¿cuál es la probabilidad de que su media sea superior a los 32 kg?

✗ Ejercicio 3 [3]: Los jóvenes andaluces duermen un número de horas diarias que se distribuye según una ley normal de media desconocida y una desviación típica de dos horas. A partir de una muestra de 64 jóvenes se ha obtenido una media de 7,5 horas.

a) [1,5] Halle un intervalo de confianza, al 94%, para la media poblacional.

b) [1,5] Manteniendo la misma confianza, ¿cuál debe ser el tamaño mínimo de la muestra para estimar la media de horas de sueño si cometemos un error máximo de 0,10 horas?

✗ Ejercicio 4 [2]: Tomada una muestra de 300 personas mayores de edad en una gran ciudad, se obtuvo que 105 habían votado a un determinado partido P .

a) [1,5] Halle, con un nivel de confianza del 90%, entre qué porcentajes estimamos que debe estar la proporción de votantes del partido P en la ciudad.

b) [0,5] ¿Cuál ha sido el error máximo cometido en la anterior estimación?

✗ <u>Ejercicio 1</u>:

a) La variable aleatoria en la población es X = { 4 , 6 , 8 }

El conjunto de las muestras de tamaño *n* = 2, con reemplazamiento, y las medias muestrales son:

$$\boldsymbol{M}=\begin{Bmatrix} 4-4 & 4-6 & 4-8 \\ 6-4 & 6-6 & 6-8 \\ 8-4 & 8-6 & 8-8 \end{Bmatrix} \rightarrow \bar{\boldsymbol{X}}=\begin{Bmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 7 \\ 6 & 7 & 8 \end{Bmatrix}$$

Así, la media y la varianza de las medias muestrales son:

$$\bar{\mu}=\frac{4+5+6+5+6+7+6+7+8}{9}=\frac{54}{9}=6$$

$$\bar{\sigma}^2=\frac{4^2+5^2+6^2+5^2+6^2+7^2+6^2+7^2+8^2}{9}-\bar{\mu}^2=\frac{336}{9}-36=\frac{4}{3}=1.3333\ldots$$

Observemos las barras que tienen los parámetros: fundamentales para no confundirlos con los parámetros de la población.

b) Mostremos esquemáticamente las composiciones de la población y de la muestra:

Población	
Mujeres	Hombres
600	300
N = 900	

Muestra	
Mujeres	Hombres
40	20
n = 60	

Mujeres: $\frac{600}{900}\times 60=40$

Hombres: $60-40=20$

Ahora elegimos en cada estrato, mediante muestreo aleatorio simple, el número de individuos señalados anteriormente

✗ <u>Ejercicio 2</u>: La v. a. ***X*** = "peso de los alumnos" es normal con $\left|\begin{matrix}\mu=30\\ \sigma=2.5\end{matrix}\right.$

Tamaño muestral: *n* = 16

a) La distribución de las medias muestrales $\bar{\boldsymbol{X}}$ es normal (porque ***X*** lo es) con

$$\left|\begin{array}{l}\bar{\mu}=\mu=30\\ \bar{\sigma}=\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}=\dfrac{2.5}{\sqrt{16}}=0.625\end{array}\right.$$

b) La probabilidad pedida es:

$$p(\bar{X}>32)=p(Z>3.2)=1-0.99931=0.00069$$

$$(*)\,z=\frac{\bar{x}-\bar{\mu}}{\bar{\sigma}}=\frac{32-30}{0.625}=3.2$$

✗ Ejercicio 3: La v. a. X es normal con $\left| \begin{array}{l} \mu = ¿? \\ \sigma = 2 \end{array} \right.$

a) Tamaño muestral: $n = 64$

Media muestral: $\bar{x} = 7{,}5$

Nivel de confianza: $p = 1 - \alpha = 0{,}94$ → Valor crítico: $z_{\alpha/2} = 1{,}88$

El intervalo de confianza, para la media de la población, es:

$$I = \left(\bar{x} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right) = (7{,}5 - 0{,}47, 7{,}5 + 0{,}47) = (7{,}03, 7{,}97)$$

b) Ahora, con el mismo nivel de confianza, el error máximo es:

$$E = 0.10$$

Del error sacamos el tamaño muestral:

$$E_{máx} = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow 0.10 = 1.88 \cdot \frac{2}{\sqrt{n}} = \rightarrow \sqrt{n} = 2 \cdot \frac{2}{0.10} = 37.6 \rightarrow n = 37.6^2 = 1413.76 \approx 1414$$

✗ Ejercicio 4:

Estudiamos la característica "ciudadanos mayores de 18 años que votan a P"

Tamaño muestral: $n = 300$

Proporción muestral: $\tilde{p} = \frac{105}{300} = 0.35$ → $\tilde{q} = 1 - p = 0.65$

Nivel de confianza: $p = 1 - \alpha = 0.90$ → Valor crítico: $z_{\alpha/2} = 1.645$

El intervalo de confianza es:

$$I = \left(\tilde{p} - z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\tilde{p} \cdot \tilde{q}}{n}}, \tilde{p} + z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\tilde{p} \cdot \tilde{q}}{n}} \right) = (0.3047, 0.3953)$$

Así, estimamos que la proporción de votantes del partido X en la ciudad debe estar entre el 30,47% y el 39,53%.

El error máximo cometido será de

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\tilde{p} \cdot \tilde{q}}{n}} = 0.0453$$

O lo que es lo mismo, expresado como porcentaje, un 4,53%.