Nombre:____ *Curso*:_____	
Estadística – Muestreo, Inferencia e Hipótesis – 11/04/2016	

EJERCICIO 1: [2,5]

a) [1] En una ciudad viven 400 hombres y 320 mujeres y se quiere seleccionar una muestra de tamaño 54 utilizando muestreo estratificado por sexos, con afijación proporcional, ¿cuál sería la composición de la muestra?

b) [1,5] A partir de una población de elementos 1, 2, 3, 6 se seleccionan, mediante muestreo aleatorio simple, todas las muestras de tamaño 2.

Escriba dichas muestras y calcule la varianza de las medias muestrales.

EJERCICIO 2: [2,5]

El peso, en kg, de los alumnos de primaria de un colegio sigue una distribución Normal de media 28 kg y desviación típica 2.7 kg.

Consideremos muestras aleatorias de 9 alumnos.

a) [0.75] ¿Qué distribución sigue la media de las muestras?

b) [1.25] Si elegimos, al azar, una de esas muestras, ¿cuál es la probabilidad de que su media esté comprendida entre 26 y 29 kg?

EJERCICIO 3: [2,5]

La variable "tiempo de reacción de un conductor ante un obstáculo imprevisto" sigue una distribución Normal con desviación típica 0.05 segundos. Al medir dicho tiempo en 50 conductores se ha obtenido un tiempo medio de 0.85 segundos.

a) [1,25] Halle el intervalo de confianza para el tiempo medio de reacción, con un nivel de confianza del 99%.

b) [1.25] ¿De qué tamaño mínimo ha de tomarse una muestra para que el error de estimación no supere 0.01 segundos, con un nivel de confianza del 95%?

EJERCICIO 4: [2,5]

Se cree que al menos el 25% de los usuarios de teléfonos móviles son de contrato. De una encuesta realizada a 950 personas, elegida al azar, 200 de ellas manifestaron que tenían teléfono móvil de contrato. A la vista de estos resultados y con un nivel de significación del 5%, ¿puede admitirse que la proporción de personas con contrato en su teléfono móvil ha disminuido?

EJERCICIO 1:

a) La variable aleatoria en la población es X = { 0 , 2 , 4 , 6 }

El conjunto de las muestras de tamaño $n = 2$, con reemplazamiento, y las medias muestrales son:

$$\mathfrak{M} = \left\{ \begin{array}{cccc} (0,0) & (0,2) & (0,4) & (0,6) \\ (2,0) & (2,2) & (2,4) & (2,6) \\ (4,0) & (4,2) & (4,4) & (4,6) \\ (6,0) & (6,2) & (6,4) & (6,6) \end{array} \right\} \xrightarrow[medias]{} \overline{\mathbf{X}} = \left\{ \begin{array}{cccc} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \end{array} \right\}$$

Así, la media y la desviación típica de las medias muestrales son:

$$\overline{\mu} = \frac{48}{16} = 3$$

$$\overline{\sigma} = \sqrt{\frac{184}{16} - 3^2} = \sqrt{2.5} \approx 1.5811$$

Observemos las barras que tienen los parámetros: fundamentales para no confundirlos con los parámetros de la población.

b) Mostremos esquemáticamente las composiciones de la población y de la muestra:

Población	
Mujeres	Hombres
1200	800
N = 2000	

Muestra	
Mujeres	Hombres
72	48
n = 120	

Mujeres: $\dfrac{1200}{2000} \times 120 = 72$

Hombres: $120 - 72 = 48$

Ahora elegimos en cada estrato, mediante muestreo aleatorio simple, el número de individuos señalados anteriormente.

EJERCICIO 2:

La variable **X** = "peso de las manzanas" tiene $\left\{ \begin{array}{rcr} \mu & = & 250 \\ \sigma & = & 25 \end{array} \right.$.

Tamaño muestral: *n* = 64

a) La distribución de las medias muestrales $\overline{\mathbf{X}}$ es normal ($n > 30$) con $\left\{ \begin{array}{l} \overline{\mu} = \mu = 250 \\ \overline{\sigma} = \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = \dfrac{25}{\sqrt{64}} = 3.125 \end{array} \right.$

b) La probabilidad pedida es:

$$\mathrm{p}\,(\overline{x} \geq 260) \overset{(*)}{=} \mathrm{p}\,(z \geq 3.2) = 1 - 0.99931 = 0.00069$$

$$(*)\ z = \frac{\overline{x} - \overline{\mu}}{\overline{\sigma}} = \frac{260 - 250}{3.125} = 3.2$$

EJERCICIO 3:

La v.a. **X** = "estatura de los habitantes" es normal con $\begin{cases} \mu = ¿? \\ \sigma = 10 \end{cases}$

Nivel de confianza: $p = 1 - \alpha = 0.96 \quad \rightarrow \quad$ Valor crítico: $z_{\alpha/2} \approx 2.05$

a) Tamaño muestral: $n = 64$

Media muestral: $\overline{x} = 170$

El intervalo de confianza, para la media de la población, es:

$$I = \left(\overline{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\,, \overline{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = (170 - 2.05\,, 170 + 2.05) = (167.95\,, 172.05)$$

b) El error máximo cometido es

$$E = z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2.05 \cdot \frac{10}{\sqrt{100}} = 2.05$$

EJERCICIO 4:

a) <u>Hipótesis</u>:

$\mathrm{H}_0 : p \geq 0.70$ (hipótesis nula) $\quad \rightarrow \quad \mathrm{H}_1 : p < 0.70$ (hipótesis alternativa)

Es unilateral sobre la proporción.

b) <u>Muestra y estadístico</u>:

Tamaño muestral: $n = 200$ ➡ Proporción muestral: $\widetilde{p} = \dfrac{130}{200} = 0.65$

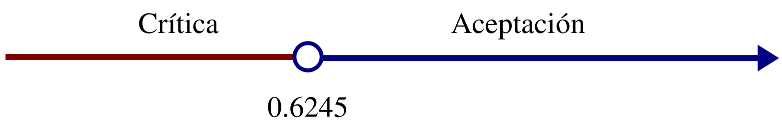
<u>Significación y valor crítico</u>:

Significación: $\alpha = 0.01$ ➡ Valor crítico: $z_\alpha \approx 2.33$

$\mathrm{p}\,(z > z_\alpha) = 0.01 \rightarrow \mathrm{p}\,(z < z_\alpha) = 0.99 \rightarrow z_\alpha \approx 2.33$

<u>Intervalo de aceptación</u>:

$$I = \left(p_0 - z_\alpha \cdot \sqrt{\frac{p_0\, q_0}{n}}\,, +\infty\right) = (0.70 - 0.0755\,, +\infty) = (0.6245\,, +\infty)$$



c) <u>Conclusión</u>:

$$\widetilde{p} \in I \quad \rightarrow \quad \text{Aceptamos } \mathrm{H}_0$$

A la vista de los datos, con el nivel de significación dado, aceptamos que al menos el 70% de los geranios atacados por el taladro mueren.