Nombre:____ **Curso**:_____	
Estadística – Examen Final – 28/05/2014	

EJERCICIO 1: [2,5]

El 60% de los préstamos que concede un banco son para vivienda, el 25% para industria y el 15% para consumo. No se pagan el 10% de los préstamos para vivienda, el 25% de los préstamos para industria y el 60% de los préstamos para consumo.

a) [1,25] Si se elige al azar un préstamo, calcule la probabilidad de que se pague.

b) [1,25] Se elige un préstamo al azar que resulta impagado, ¿cuál es la probabilidad de que sea un préstamo para vivienda?

EJERCICIO 2:

En una empresa, el 75% de sus empleados habla inglés, y de éstos, el 30% habla también alemán. De los que no hablan inglés, el 20% habla alemán. Se escoge un empleado al azar:

a) [1] ¿Cuál es la probabilidad de que hable ambos idiomas?

b) [1] ¿Cuál es la probabilidad de que hable alemán?

c) [0,5] ¿Cuál es la probabilidad de que, sabiendo que habla alemán, hable también inglés?

EJERCICIO 3:

El tiempo que los españoles dedican a ver la televisión los domingos es una variable aleatoria que sigue una distribución Normal de media desconocida y desviación típica 70 minutos. Elegida una muestra aleatoria de españoles se ha obtenido, para la media de esa distribución, el intervalo de confianza (188.18 , 208.82) con un nivel del 98%.

a) [1,5] Calcule la media muestral y el tamaño de la muestra.

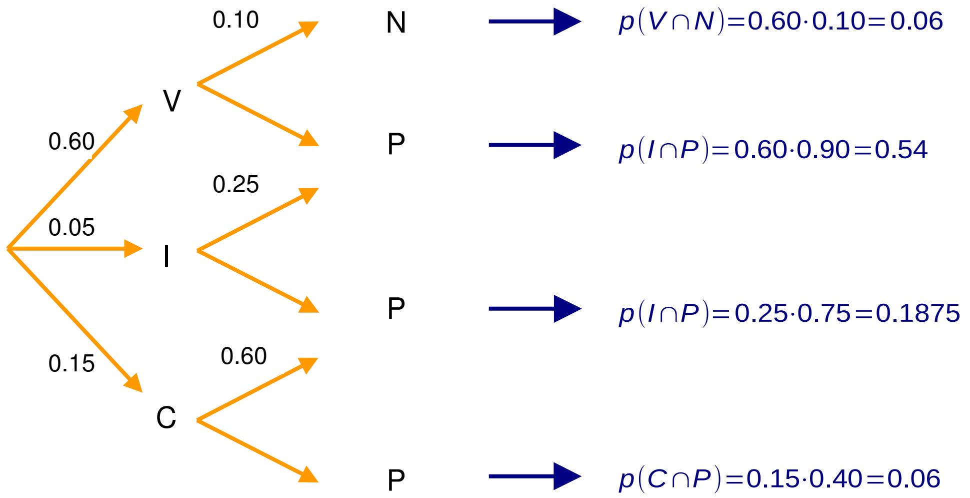
b) [1] Calcule el error máximo permitido si se hubiese utilizado una muestra de tamaño 400 y un nivel de confianza del 99%.

EJERCICIO 4: [2,5]

Los representantes de un partido político creen que la proporción de sus votantes será al menos del 45%. Para confirmarlo eligen una muestra al azar de 1500 votantes y obtienen que 400 de ellos son partidarios de votarles. Mediante un contraste de hipótesis, a un nivel de significación del 0.01, ¿se puede admitir como cierta la creencia de los representantes del partido político?

EJERCICIO 1:

Designando los sucesos por sus iniciales, el siguiente diagrama de árbol contiene la relación entre las probabilidades:



a) Por el Teorema de la Probabilidad Total:

$$p(P) = 0.54 + 0.1875 + 0.06 = 0.7875$$

b) Es una probabilidad condicionada “a posteriori”:

$$p(V/N) = \frac{p(V \cap N)}{p(N)} = \frac{0.06}{1 - 0.7875} = \frac{0.06}{0.2125} = 0.28235\dots$$

EJERCICIO 2:

Poniendo A = “hablar alemán” e I =”hablar inglés”, los datos son:

$$p(I) = 0.75 \quad , \quad p(A/I) = 0.30 \quad , \quad p(A/\overline{I}) = 0.20$$

a) De la segunda probabilidad condicionada sacaremos la probabilidad de que hable ambos:

$$p(A/I) = \frac{p(A \cap I)}{p(I)} \rightarrow p(A \cap I) = 0.75 \cdot 0.30 = 0.225$$

b) De la tercera probabilidad dada sacaremos antes la probabilidad de que hable alemán pero no inglés:

$$p(A/\overline{I}) = \frac{p(A \cap \overline{I})}{p(\overline{I})} \rightarrow p(A \cap \overline{I}) = 0.25 \cdot 0.20 = 0.05$$

Ya podemos hallar la probabilidad de que hable alemán:

$$p(A) = p(A \cap I) + p(A \cap \overline{I}) = 0.225 + 0.05 = 0.275$$

c) Cuidado, es una probabilidad condicionada:

$$p(I/A) = \frac{p(I \cap A)}{p(A)} = \frac{0.225}{0.275} = 0.8181\dots$$

EJERCICIO 3:

La v.a. **X** = "tiempo viendo TV" es normal con $\begin{cases} \mu = ¿? \\ \sigma = 70 \end{cases}$

a) Nivel de confianza: $1-\alpha = 0.98 \quad \rightarrow$ Valor crítico: $z_{\alpha/2} = 2.33$

La media muestral está en el centro del intervalo de confianza, así:

$$\overline{x} = \frac{188.18 + 208.82}{2} = 198.5 \text{ minutos}$$

Calcularemos antes el error máximo, que es la mitad de la longitud o amplitud del intervalo:

$$E = \frac{L}{2} = \frac{208.82 - 188.18}{2} = 10.32$$

Del error máximo sacamos el tamaño muestral:

$$E = z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \;\rightarrow\; 10.32 = 2.33 \cdot \frac{70}{\sqrt{n}} \;\rightarrow\; \sqrt{n} = 2.33 \cdot \frac{70}{10.32} \;\rightarrow\; \sqrt{n} = 15.8042 \;\rightarrow\; n \approx 250$$

b) Nivel de confianza: $1-\alpha = 0.99 \quad \rightarrow$ Valor crítico: $z_{\alpha/2} = 2.575$

El error máximo cometido es:

$$E = z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2.575 \cdot \frac{70}{\sqrt{400}} = 9.0125 \;\; \text{min.}$$

EJERCICIO 4:

a) <u>Hipótesis</u>:

$\mathrm{H}_0 \,:\, p \geq 0.45$ hipótesis nula $\quad \rightarrow \quad \mathrm{H}_1 \,:\, p < 0.45$ hipótesis alternativa

Es unilateral sobre la proporción.

b) <u>Muestra y estadístico</u>:

Tamaño muestral: $n = 1500$ ➡ Proporción muestral: $\widetilde{p} = \dfrac{600}{1500} = 0.4$

<u>Significación y valor crítico</u>:

Significación: $\alpha = 0.01$ ➡ Valor crítico: $z_{\alpha/2} \approx 2.33$

$\mathrm{p}\,(z > z_\alpha) = 0.01 \rightarrow \mathrm{p}\,(z < z_\alpha) = 0.99 \rightarrow z_\alpha \approx 2.33$

<u>Intervalo de aceptación</u>:

$$I = \left(p_0 - z_\alpha \cdot \sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}} \,, +\infty\right) = \left(0.45 - 2.33 \cdot \sqrt{\frac{0.45 \cdot 0.55}{1500}} \,, +\infty\right) = (0.4209 \,, +\infty)$$

c) <u>Conclusión</u>:

$$\widetilde{p} \notin I \quad \rightarrow \quad \text{Rechazamos } \mathrm{H}_0$$

A la vista de los datos, con el nivel de significación dado, rechazamos que "la proporción de sus votantes será al menos del 45%".