Nombre:____ *Curso*:_____	
Estadística – Muestreo, Inferencia e Hipótesis	

EJERCICIO 1: [2]

a) [1,25] El número de aparatos de TV que tienen cuatro personas en sus hogares es **X** = { 1 , 2 , 3 , 5 }. Escribe todas las muestras de tamaño 2 y obtén la desviación típica de las medias muestrales.

b) [0,75] De una población de 1200 mujeres y 600 hombres se desea seleccionar, mediante muestreo aleatorio estratificado con afijación proporcional, una muestra de tamaño 120 distribuida en los dos estratos, ¿cuál será la composición de la muestra?

EJERCICIO 2: [2,5]

Las naranjas de una cosecha tienen un peso medio de 210 gr. y una desviación típica de 20 gr. Las naranjas se ponen a la venta en cajas de 64 naranjas.

a) [1] ¿Cómo es la distribución de las medias muestrales?

b) [1,5] ¿Cuál es la probabilidad de que el peso medio de las naranjas de una caja no sea inferior a 217 gr.?

EJERCICIO 3: [3]

Una variable aleatoria sigue una ley Normal con media desconocida y desviación típica 2.4. Se quiere estimar la media poblacional, con un nivel de confianza del 91%, para lo que se toman dos muestras de distintos tamaños.

a) Si una de las muestras tiene tamaño 25 y su media es 10.5, ¿cuál es el intervalo de confianza correspondiente?

b) Si con la otra muestra el intervalo de confianza es (9.8 , 10.4), ¿cuál es la media muestral? ¿Cuál es el tamaño de la muestra?

EJERCICIO 4: [2,5]

Según un estudio botánico, el 75% de los geranios atacados por el taladro muere. Se desea contrastar ese porcentaje, con un nivel de significación del 2%.

Para ello se hizo el seguimiento de 500 geranios atacados por el taladro, de los que 350 murieron.

a) Escribe la hipótesis nula e indica la hipótesis alternativa.

b) Halla el intervalo de aceptación y dibujalo junto con la región crítica.

c) ¿Hay evidencias estadísticas que nos permitan rechazar la hipótesis, o por el contrario la confirman?

EJERCICIO 1:

a) La variable aleatoria en la población es X = { 1 , 2 , 3 , 5 }

El conjunto de las muestras de tamaño *n* = 2, con reemplazamiento, y las medias muestrales son:

$$\mathfrak{M} = \left\{ \begin{array}{cccc} (1,1) & (1,2) & (1,3) & (1,5) \\ (2,1) & (2,2) & (2,3) & (2,5) \\ (3,1) & (3,2) & (3,3) & (3,5) \\ (5,1) & (5,2) & (5,3) & (5,5) \end{array} \right\} \xrightarrow[medias]{} \overline{\mathbf{X}} = \left\{ \begin{array}{cccc} 1 & 1.5 & 2 & 3 \\ 1.5 & 2 & 2.5 & 3.5 \\ 2 & 2.5 & 3 & 4 \\ 3 & 3.5 & 4 & 5 \end{array} \right\}$$

Así, la media y la desviación típica de las medias muestrales son:

$$\overline{\mu} = \frac{44}{16} = 2.75$$

$$\overline{\sigma} = \sqrt{\frac{138.5}{16} - 2.75^2} = \sqrt{1.09375} \approx 1.0458$$

Observemos las barras que tienen los parámetros: fundamentales para no confundirlos con los parámetros de la población.

b) Mostremos esquemáticamente las composiciones de la población y de la muestra:

Población	
Mujeres	Hombres
1200	600
N = 1800	

Muestra	
Mujeres	Hombres
80	40
n = 120	

Mujeres: $\dfrac{1200}{1800} \times 120 = 80$

Hombres: $120 - 80 = 40$

Ahora elegimos en cada estrato, mediante muestreo aleatorio simple, el número de individuos señalados anteriormente.

EJERCICIO 2:

La variable **X** = "peso de las naranjas" tiene $\left\{ \begin{array}{lcr} \mu & = & 210 \\ \sigma & = & 20 \end{array} \right.$

Tamaño muestral: *n* = 64

a) La distribución de las medias muestrales $\overline{\mathbf{X}}$ es normal (porque n > 30) con $\left\{ \begin{array}{l} \mu = \mu = 210 \\ \overline{\sigma} = \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = \dfrac{20}{\sqrt{64}} = 2.5 \end{array} \right.$

b) La probabilidad pedida es:

$$\mathrm{p}\,(\overline{x} \geq 217) \overset{(*)}{=} \mathrm{p}\,(z \geq 2.8) = 1 - 0.9974 = 0.0026$$

$$(*)\ z = \frac{\overline{x} - \overline{\mu}}{\overline{\sigma}} = \frac{217 - 210}{2.5} = 2.8$$

EJERCICIO 3:

La v. a. **X** es normal con $\begin{cases} \mu = ¿? \\ \sigma = 2.4 \end{cases}$

Nivel de confianza: $p = 1 - \alpha = 0.91 \quad \rightarrow \quad$ Valor crítico: $z_{\alpha/2} \approx 1.70$

a) Tamaño muestral: $n = 25$

Media muestral: $\overline{x} = 10.5$

El intervalo de confianza, para la media de la población, es:

$$I = \left(\overline{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\,, \overline{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = (10.5 - 0.816\,, 10.5 + 0.816) = (9.684\,, 11.316)$$

b) Conocido el intervalo de confianza, es:

$$x = \frac{9.8 + 10.4}{2} = 10.1$$

Ahora calculamos primero el error máximo:

$$E = 10.4 - 10.1 = 0.3$$

Del error sacamos el tamaño muestral:

$$z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow 0.3 = 1.70 \cdot \frac{2.4}{\sqrt{n}} \rightarrow \sqrt{n} = 1.70 \cdot \frac{2.4}{0.3} \rightarrow \sqrt{n} = 13.6 \rightarrow n \approx 185$$

EJERCICIO 4:

a) Hipótesis:

$H_0 \;:\; p = 0.75$ hipótesis nula $\quad \rightarrow \quad H_1 \;:\; p \neq 0.75$ hipótesis alternativa

Es unilateral sobre la proporción.

b) Muestra y estadístico:

Tamaño muestral: $n = 500$ ➡ Proporción muestral: $\widetilde{p} = \frac{350}{500} = 0.7$

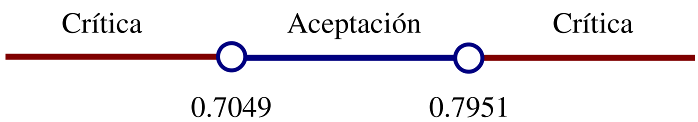
Significación y valor crítico:

Significación: $\alpha = 0.02$ ➡ Valor crítico: $z_\alpha \approx 2.33$

$\mathrm{p}\left(z > z_{\alpha/2}\right) = 0.01 \rightarrow \mathrm{p}\left(z < z_{\alpha/2}\right) = 0.99 \rightarrow z_\alpha \approx 2.33$

Intervalo de aceptación:

$$I = \left(p_0 - z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}\,, p_0 + z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}\right) = (0.75 - 0.0451\,, 0.75 + 0.0451) = (0.7049\,, 0.7951)$$



c) Conclusión:

$$\widetilde{p} \notin I \quad \rightarrow \quad \text{Rechazamos } H_0$$

A la vista de los datos, con el nivel de significación dado, rechazamos que el 75% de los geranios atacados por el taladro mueran.