

**EXPERIENCIAS ALEATORIAS – SUCEOS**

Se llama **experiencia aleatoria** a aquella en la que, bajo condiciones fijas, pueden ocurrir un número concreto de resultados, pero no es posible predecir cuál sucederá.

En una experiencia aleatoria se denomina:

- **Espacio muestral**  $-E-$  al conjunto de todos los posibles resultados.
- **Suceso** a cualquier subconjunto de  $E$ .
- **Suceso elemental** al formado por un único elemento de  $E$ .
- Entre los sucesos nos encontramos al **suceso imposible**  $\emptyset$  y al **suceso seguro**  $E$ .

Los sucesos pueden definirse por **comprensión**, a través de una propiedad característica que lo determina, o por **extensión**, señalando cada uno de sus elementos.

**OPERACIONES CON SUCEOS**

Dados dos sucesos  $A$  y  $B$ , llamamos:

- Suceso **unión**  $(A \cup B)$  al formado por la reunión de los resultados, los que están en  $A$  o en  $B$  y sucede cuando ocurre alguno de ellos.
- Suceso **intersección**  $(A \cap B)$  al formado por los resultados comunes, los que están en  $A$  y en  $B$  y sucede cuando ocurren ambos.
- Suceso **diferencia**  $(A \setminus B)$  al formado por los elementos de  $A$  y que no están en  $B$ .

El **contrario** del suceso  $A$  es el formado por los resultados que no están en  $A$ , esto es:  $\bar{A} = E \setminus A$ .

Diremos que los sucesos  $A$  y  $B$  son **incompatibles** cuando  $A \cap B = \emptyset$ .

Contrarios unión e intersección (Leyes de Morgan):

$$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B} \quad , \quad \overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$$

**LA PROBABILIDAD COMO FRECUENCIA**

Si realizamos  $n$  veces una experiencia aleatoria y un suceso  $A$  se verifica en  $n(A)$  ocasiones, se llama **frecuencia relativa** de  $A$  al número

$$f(A) = \frac{n(A)}{n}$$

Cuando  $n \rightarrow \infty$  se tiene que  $f(A)$  se estabiliza hacia cierto valor  $p(A)$ , que llamaremos **probabilidad** del suceso  $A$ .

**REGLA DE LAPLACE**

Si el espacio muestral de una experiencia consta de un número **finito** de resultados que están en igualdad de condiciones de suceder (son **equiprobables**), la probabilidad de un suceso  $A$  es:

$$p(A) = \frac{\text{número de casos favorables a } A}{\text{número de casos posibles}}$$

**PROPIEDADES DE LA PROBABILIDAD**

En todo experimento aleatorio se verifican estas propiedades elementales:

- La probabilidad es un número comprendido entre 0 y 1, de modo que  $p(\emptyset) = 0$  y  $p(E) = 1$ .
- La probabilidad del suceso contrario cumple:

$$p(A) + p(\bar{A}) = 1$$

- Las probabilidades de la unión y de la intersección están relacionadas por:

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

**PROBABILIDAD CONDICIONADA. INDEPENDENCIA**

Si  $A$  y  $B$  son sucesos, se llama “probabilidad de  $B$  **condicionada** por  $A$ ” o la “probabilidad de que ocurra  $B$  supuesto que ha sucedido  $A$ ” a

$$p(B/A) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)}$$

donde  $p(A) \neq 0$ .

Puede despejarse la probabilidad de la intersección:

$$p(A \cap B) = p(A) \cdot p(B/A)$$

Decimos que  $A$  y  $B$  son **independientes** si el hecho de que uno ocurra no afecta a la probabilidad del otro:

$$p(B/A) = p(B)$$

Y esto sucede precisamente cuando

$$p(A \cap B) = p(A) \cdot p(B)$$

# 1

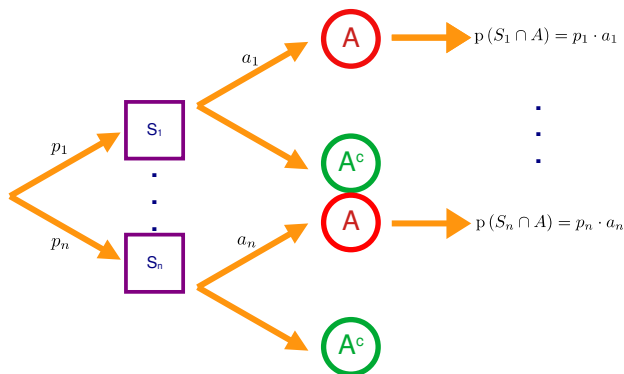
## CÁLCULO DE PROBABILIDADES

### EXPERIMENTOS COMPUESTOS

Hay experimentos aleatorios que pueden considerarse como la concatenación de varias experiencias “más simples”. En ese caso se dice que cada uno de éstos es una **fase** o etapa, y que estamos ante un **experimento compuesto**.

En ellos normalmente encontramos un conjunto de sucesos incompatibles dos a dos que cubren todos los resultados posibles  $S_1, S_2, \dots, S_n$  (sistema completo de sucesos) y es fácil obtener las probabilidades de que ocurra un suceso  $A$  supuesto que han sucedido cada uno de ellos.

Es útil construir un diagrama de árbol y colocar en cada rama las probabilidades.



La probabilidad de cada intersección

$$p(S \cap A) = p(S) \cdot p(A/S)$$

es el producto de las que nos encontramos en el camino.

### PROBABILIDAD TOTAL

La probabilidad de  $A$  es el total de la suma de las probabilidades de los caminos que concluyen en él. Formulísticamente

$$p(A) = \sum_{k=1}^n p(S_k) \cdot p(A/S_k)$$

### FÓRMULA DE BAYES

Cuando un suceso  $A$  ocurre al finalizar el experimento y nos interesamos por un suceso  $S_i$  que ocurrió previamente se dice que estamos ante una “probabilidad condicionada **a posteriori**”.

Y a la fórmula de la probabilidad condicionada se la denomina de **Fórmula de Bayes**:

$$p(S_i/A) = \frac{p(S_i \cap A)}{p(A)}$$

Y que es la siguiente bestiajo-fórmula que habitualmente vemos en los libros:

$$p(S_i/A) = \frac{p(S_i) \cdot p(A/S_i)}{\sum_{k=1}^n p(S_k) \cdot p(A/S_k)}$$