MODELOS DE SELECTIVIDAD – ANDALUCÍA

Instrucciones

1. Elige entre realizar bien los tres ejercicios de la Opción A, bien los tres ejercicios de la Opción B, sin mezclar los de una opción con los de otra.
2. El ejercicio de Álgebra vale 3 puntos, el de Análisis 3 puntos y el Probabilidad y Estadística 4 puntos.
3. Contesta las preguntas razonando tus conclusiones; la mera respuesta numérica no vale para obtener la puntuación máxima en cada apartado. Justifique siempre las respuestas.
4. Escribe de forma ordenada y con letra clara.
5. Se permite el uso de una calculadora no programable y no gráfica. Si obtiene resultados directamente con ella, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda.

Tiempo

90 minutos

Criterios de Evaluación

Los criterios esenciales de valoración serán el planteamiento razonado y la ejecución técnica del mismo. La mera descripción del planteamiento sin que se lleve a cabo de forma efectiva no puede ser suficiente para obtener una valoración positiva del mismo.

En los ejercicios en los que se pida una deducción razonada, la mera aplicación de un fórmula no será suficiente.

No se prohibirá el uso de calculadoras, aunque durante el examen no se permitirá el préstamo de ellas entre estudiante. En cualquier caso, los procesos que conducen al resultado deben estar razonados.

Los errores cometidos en un apartado no se tendrán en cuenta en la calificación de apartados posteriores que sean afectados.

Los errores no conceptuales en las operaciones se penalizarán con un máximo del 10% de la nota total del ejercicio.

La presentación clara y ordenada se valorará positivamente.

Modelo 1

OPCIÓN A

EJERCICIO 1 [3]

Una imprenta local edita periódicos y revistas. Para cada periódico necesita un cartucho de tinta negra y otro de color, y para cada revista uno de tinta negra y dos de color. Si sólo dispone de 800 cartuchos de tinta negra y 1100 de color, y si no puede imprimir más de 400 revistas, ¿cuánto dinero podrá ingresar como máximo, si vende cada periódico a 0.9 euros y cada revista a 1.2 euros?

EJERCICIO 2 [3]

Sean las funciones $f(x)=x^2-4x+6$ y $g(x)=2x-x^2$.

a) (2 puntos) Determine, para cada una de ellas, los puntos de corte con los ejes, el vértice y la curvatura. Represéntelas gráficamente.

b) (1 punto) Determine el valor de x para el que se hace mínima la función $h(x)=f(x)-g(x)$.

EJERCICIO 3 [4]

Parte 1 [2]

Sean A y B dos sucesos tales que $p(A^c)=0'60$, $p(B)=0'25$ y $p(A\cup B)=0'55$.

a) (1 punto) Razone si A y B son independientes.

b) (1 punto) Calcule $p(A^c\cup B^c)$.

Parte 2 [2]

De 500 encuestados en una población, 350 se mostraron favorables a la retransmisión de debates televisivos en tiempos de elecciones.

Calcule un intervalo de confianza, al 99'5 %, para la proporción de personas favorables a estas retransmisiones.

Modelo 1

OPCIÓN B

EJERCICIO 1 [3]

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

a) (1.5 puntos) Calcule $A^{-1}\cdot(2B+3I_2)$

b) (1.5 puntos) Determine la matriz X para que $X\cdot A=A+I_2$.

EJERCICIO 2

Calcule las derivadas de las siguientes funciones:

a) [1] $f(x)=\dfrac{1-3x}{x}+(5x-2)^3$

b) [1] $g(x)=(x^2+2)\cdot L(x^2+2)$

c) [1] $h(x)=3^{5x}+e^x$

EJERCICIO 3 [4]

Parte 1 [2]

Una urna contiene tres bolas azules y cuatro rojas. Se extraen al azar tres bolas sucesivamente con reemplazamiento.

a) (1 punto) Calcule la probabilidad de que las tres sean del mismo color.

b) (1 punto) Calcule la probabilidad de que dos sean azules y una roja.

Parte 2 [2]

El gasto anual, en videojuegos, de los jóvenes de una ciudad sigue una ley Normal de media desconocida μ y desviación típica 18 euros. Elegida, al azar, una muestra de 144 jóvenes se ha obtenido un gasto medio de 120 euros.

a) (0.5 puntos) Indique la distribución de las medias de las muestras de tamaño 144.

b) (0.75 puntos) Determine un intervalo de confianza, al 99 %, para el gasto medio en videojuegos de los jóvenes de esa ciudad.

c) (0.75 puntos) ¿Qué tamaño muestral mínimo deberíamos tomar para, con la misma confianza, obtener un error menor que 1.9?

Modelo 2

OPCIÓN A

EJERCICIO 1 [3]

a) (1.5 puntos) Represente gráficamente el recinto definido por el siguiente sistema de inecuaciones:

$$x \geq 3(y-3)\ ;\ 2x+3y \leq 36\ ;\ x \leq 15\ ;\ x \geq 0\ ;\ y \geq 0 \quad .$$

b) (1 punto) Calcule los vértices del recinto.

c) (0.5 puntos) Obtenga el valor máximo de la función $F(x, y)=8x+12y$ en este recinto e indique dónde se alcanza.

EJERCICIO 2 [3]

a) (1.5 puntos) La gráfica de la función derivada de una función f es la parábola de vértice (0 , 2) que corta al eje de abscisas en los puntos (−3 , 0) y (3 , 0). A partir de dicha gráfica, determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función f.

b) (1.5 puntos) Calcule los extremos relativos de la función $g(x)=x^3-3x$.

EJERCICIO 3 [4]

Parte 1 [2]

Laura tiene un dado con tres caras pintadas de azul y las otras tres de rojo. María tiene otro dado con tres caras pintadas de rojo, dos de verde y una de azul. Cada una tira su dado y observan el color.

a) (1 punto) Describa el espacio muestral asociado y las probabilidades de los sucesos elementales.

b) (1 punto) Si salen los dos colores iguales gana Laura; y si sale el color verde, gana María. Calcule la probabilidad que tiene cada una de ganar.

Parte 2 [2]

a) (1 punto) Los valores

52, 61, 58, 49, 53, 60, 68, 50, 53

constituyen una muestra aleatoria de una variable aleatoria Normal, con desviación típica 6. Obtenga un intervalo de confianza para la media de la población, con un nivel de confianza del 92%.

b) (1 punto) Se desea estimar la media poblacional de otra variable aleatoria Normal, con varianza 49, mediante la media de una muestra aleatoria. Obtenga el tamaño mínimo de la muestra para que el error máximo de la estimación, mediante un intervalo de confianza al 97%, sea menor o igual que 2.

Modelo 2

OPCIÓN B

EJERCICIO 1 [3]

El cajero de un banco sólo dispone de billetes de 10, 20 y 50 euros. Hemos sacado 290 euros del banco y el cajero nos ha entregado exactamente 8 billetes. El número de billetes de 10 euros que nos ha dado es el doble del de 20 euros.

Plantee y resuelva el sistema de ecuaciones lineales asociado a este problema para obtener el número de billetes de cada tipo que nos ha entregado el cajero.

EJERCICIO 2 [3]

Sea la función $$f(x)=\frac{3-x}{2-x}$$

a) (1 punto) Halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de esa función en el punto de abscisa x = 1.

b) (1 punto) Estudie su monotonía.

c) (1 punto) Calcule sus asíntotas.

EJERCICIO 3 [4]

Parte 1 [2]

De un estudio sobre accidentes de tráfico se dedujeron los siguientes datos: En el 23 % de los casos no se llevaba puesto el cinturón de seguridad, en el 65 % no se respetaron los límites de velocidad permitidos y en el 30 % de los casos se cumplían ambas normas, es decir, llevaban puesto el cinturón y respetaban los límites de velocidad.

a) (1 punto) Calcule la probabilidad de que, en un accidente de tráfico, no se haya cumplido alguna de las dos normas.

b) (1 punto) Razone si son independientes los sucesos "llevar puesto el cinturón" y "respetar los límites de velocidad".

Parte 2 [2]

En una muestra aleatoria de 1000 personas de una ciudad, 400 votan a un determinado partido político.

Calcule un intervalo de confianza al 96 % para la proporción de votantes de ese partido en la ciudad.

Modelo 3

OPCIÓN A

EJERCICIO 1 [3]

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} x & 1 \\ 1 & x+1 \end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

a) (1 punto) Encuentre el valor o valores de x de forma que $B^2=A$.

b) (1 punto) Igualmente para que $A-I_2=B^{-1}$.

c) (1 punto) Determine x para que $A\cdot B=I_2$.

EJERCICIO 2 [3]

a) (1.5 puntos) Halle los valores de *a* y *b* para que la gráfica de la función $f(x)=a x^3+3x^2-5x+b$ pase por el punto (1 , −3) y tenga el punto de inflexión en $x=-1$.

b) (1.5 puntos) Halle los intervalos de monotonía y los extremos relativos de la función definida por $g(x)=x^3-3x^2+7$.

EJERCICIO 3 [4]

Parte 1 [2]

En un aula de dibujo hay 40 sillas, 30 con respaldo y 10 sin él. Entre las sillas sin respaldo hay 3 nuevas y entre las sillas con respaldo hay 7 nuevas.

a) (1 punto) Tomada una silla al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea nueva?

b) (1 punto) Si se coge una silla que no es nueva, ¿cuál es la probabilidad de que no tenga respaldo?

Parte 2 [2]

En una población, una variable aleatoria sigue una ley Normal de media desconocida y desviación típica 9.

¿De qué tamaño, como mínimo, debe ser la muestra con la cual se estime la media poblacional con un nivel de confianza del 97 % y un error máximo admisible igual a 3?

Modelo 3

OPCIÓN B

EJERCICIO 1 [3]

a) (2 puntos) Represente la región definida por las siguientes inecuaciones y calcule sus vértices:

$$x \geq 0 \ ; \ y \geq 0 \ ; \ -x+2y \leq 6 \ ; \ x+y \leq 6 \ ; \ x \leq 4 \quad .$$

b) (1 punto) Calcule el máximo de la función $F(x, y)=2x+2y+1$ en la región anterior e indique dónde se alcanza.

EJERCICIO 2 [3]

Sea f la función definida por $f(x)=\begin{cases} \dfrac{2}{2x-1} & \text{si} \quad x \leq 0 \\ x^2+x & \text{si} \quad x>0 \end{cases}$

a) (2 puntos) Estudie la continuidad y la derivabilidad de f.

b) (1 punto) Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa $x = 1$.

EJERCICIO 3 [4]

Parte 1 [2]

Sean los sucesos A y B independientes. La probabilidad de que ocurra el suceso B es 0'6. Sabemos también que $p(A/B)=0'3$.

a) (1 punto) Calcule la probabilidad de que suceda al menos uno de los dos sucesos.

b) (1 punto) Calcule la probabilidad de que ocurra el suceso A pero no el B.

Parte 2 [2]

Se ha lanzado un dado 400 veces y se ha obtenido 80 veces el valor cinco.

Estime, mediante un intervalo de confianza al 95 %, el valor de la probabilidad de obtener un cinco.

Modelo 4

OPCIÓN A

EJERCICIO 1 [3]

a) (1.5 puntos) Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$

Calcule $A^{-1}\cdot(B-A^t)$.

b) (1.5 puntos) Resuelva y clasifique el sistema:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

EJERCICIO 2 [3]

Sea f la función definida por $f(x)=\begin{cases} x^2-1 & \text{si} \quad x\leq 1 \\ x-1 & \text{si} \quad x>1 \end{cases}$

a) (1 punto) Estudie su continuidad y derivabilidad.

b) (1 punto) Determine la monotonía de f.

c) (1 punto) Represente gráficamente esta función.

EJERCICIO 3 [4]

Parte 1 [2]

Una enfermedad afecta a un 5 % de la población. Se aplica una prueba diagnóstica para detectar dicha enfermedad, obteniéndose el siguiente resultado: Aplicada a personas que padecen la enfermedad se obtiene un 96 % de resultados positivos, y aplicada a personas que no la padecen se obtiene un 2 % de resultados positivos. Elegida una persona, al azar, y aplicada la prueba:

a) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que se obtenga un resultado positivo?

b) (1 punto) Si se obtiene un resultado positivo, ¿cuál es la probabilidad de que esta persona no padezca la enfermedad?

Parte 2 [2]

a) (1.25 puntos) Sea la población $\{1, 5, 7\}$. Escriba todas las muestras de tamaño 2, mediante muestreo aleatorio simple, y calcule la varianza de las medias muestrales.

b) (0.75 puntos) De una población de 300 hombres y 200 mujeres se desea seleccionar, mediante muestreo aleatorio estratificado con afijación proporcional, una muestra de tamaño 30 distribuida en los dos estratos, ¿cuál será la composición de la muestra?

Modelo 4

OPCIÓN B

EJERCICIO 1 [3]

Un laboratorio farmacéutico vende dos preparados, A y B, a razón de 40 y 20 euros el kg, respectivamente. Su producción máxima es de 1000 kg de cada preparado.

Si su producción total no puede superar los 1700 kg, ¿cuál es la producción que maximiza sus ingresos? Calcule dichos ingresos máximos.

EJERCICIO 2 [3]

a) (1.5 puntos) Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $g(x)=\dfrac{3x-2}{x+1}$ en el punto de abscisa $x = 1$.

b) (1.5 puntos) Se considera la función $f(x)=ax^2-bx+4$. Calcule los valores de los parámetros a y b para que f tenga un extremo relativo en el punto $(1, 10)$.

EJERCICIO 3 [4]

Parte 1 [2]

Una urna A contiene diez bolas numeradas del 1 al 10, y otra urna B contiene ocho bolas numeradas del 1 al 8.

Se escoge una urna al azar y se saca una bola.

a) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que la bola extraída tenga el número 2?

b) (1 punto) Si el número de la bola extraída es impar, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de la urna B.

Parte 2 [2]

Se han tomado las tallas de 16 bebés, elegidos al azar, de entre los nacidos en un cierto hospital, y se han obtenido los siguientes resultados, en centímetros:

51, 50, 53, 48, 49, 50, 51, 48, 50, 51, 50, 47, 51, 51, 49, 51

La talla de los bebés sigue una ley Normal de desviación típica 2 centímetros y media desconocida.

a) (0.75 puntos) ¿Cuál es la distribución de las medias de las muestras de tamaño 16?

b) (1.25 puntos) Determine un intervalo de confianza, al 97 %, para la media poblacional.

Modelo 5

OPCIÓN A

EJERCICIO 1 [3]

Sea la región definida por las siguientes inecuaciones:

$$\frac{x}{2}+\frac{y}{3}\geq 1\,;-x+2y\geq 0\,;y\leq 2$$

a) (2 puntos) Represente gráficamente dicha región y calcule sus vértices.

b) (1 punto) Determine en qué puntos la función $F(x,y)=3x-6y+4$ alcanza sus valores extremos y cuáles son éstos.

EJERCICIO 2 [3]

El beneficio esperado de una empresa, en millones de euros, en los próximos ocho años viene dado por la función B definida por

$$B(t)=\begin{cases}-t^2+7t & \text{si} \quad 0\leq t<5\\ 10 & \text{si} \quad 5\leq t\leq 8\end{cases}$$

donde t indica el tiempo transcurrido en años.

a) (2 puntos) Represente gráficamente la función B y explique cómo es la evolución del beneficio esperado durante esos 8 años.

b) (1 punto) Calcule cuándo el beneficio esperado es de 11'25 millones de euros.

EJERCICIO 3 [4]

Parte 1 [2]

Se dispone de dos urnas A y B. En la urna A hay diez bolas, numeradas del 1 al 10 y en la urna B hay 3 bolas, numeradas del 1 al 3. Se lanza una moneda, si sale cara se extrae una bola de la urna A y si sale cruz se extrae de la B.

a) (0.5 puntos) Calcule la probabilidad de obtener cara y un 5.

b) (0.5 puntos) Halle la probabilidad de obtener un 6.

c) (1 punto) Calcule la probabilidad de obtener un 3.

Parte 2 [2]

Un fabricante produce tabletas de chocolate cuyo peso en gramos sigue una ley Normal de media 125 g y desviación típica 4 g.

a) (1 punto) Si las tabletas se empaquetan en lotes de 25, ¿cuál es la probabilidad de que el peso medio de las tabletas de un lote se encuentre entre 124 y 126 gramos?

b) (1 punto) Si los lotes fuesen de 64 tabletas, ¿cuál sería la probabilidad de que el peso medio de las tabletas del lote superase los 124 gramos?

Modelo 5

OPCIÓN B

EJERCICIO 1 [3]

Sean las matrices

$$A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 1 & 1 & 0\\ 3 & 0 & 1\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}1\\ 2\\ 1\end{pmatrix},\ C=\begin{pmatrix}-2\\ -5\\ 2\end{pmatrix},\ D=\begin{pmatrix}1\\ 2\\ -3\end{pmatrix},\ E=\begin{pmatrix}-2\\ -5\\ 5\end{pmatrix}$$

Calcule los valores de los números reales x , y , z , para que se verifique la siguiente igualdad entre matrices:

$$E-x\cdot A\cdot B=y\cdot C+z\cdot D$$

EJERCICIO 2 [3]

Sea la función $f(x)=x^3-3x^2-1$.

a) (1.5 puntos) Determine la monotonía y los extremos relativos de f.

b) (0.75 puntos) Calcule su punto de inflexión.

c) (0.75 puntos) Teniendo en cuenta los apartados anteriores, represéntela.

EJERCICIO 3 [4]

Parte 1 [2]

Se conocen los siguientes datos de un grupo de personas, relativos al consumo de un determinado producto:

	Consume	No consume
Hombre	10	30
Mujer	25	12

Se elige en ese grupo una persona al azar. Calcule la probabilidad de que:

a) (0.5 puntos) Sea mujer.

b) (0.75 puntos) Habiendo consumido el producto, se trate de una mujer.

c) (0.75 puntos) Sea mujer y no consuma el producto.

Parte 2 [2]

Una variable aleatoria sigue una ley Normal con media desconocida y desviación típica 2'4. Se quiere estimar la media poblacional, con un nivel de confianza del 93%, para lo que se toman dos muestras de distintos tamaños.

a) (1 punto) Si una de las muestras tiene tamaño 16 y su media es 10'3, ¿cuál es el intervalo de confianza correspondiente?

b) (1 punto) Si con la otra muestra el intervalo de confianza es (9'776, 11'224), ¿cuál es la media muestral? ¿Cuál es el tamaño de la muestra?

Modelo 6

OPCIÓN A

EJERCICIO 1 [3]

a) (2 puntos) Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -5 & -4 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & -1 \end{pmatrix}$

Explique qué dimensión debe tener la matriz X para que tenga sentido la ecuación matricial $X\cdot A+2B=(1\ 0)$. Resuelva dicha ecuación.

b) (1 punto) Plantee, sin resolver, el sistema de ecuaciones que permita encontrar la solución del siguiente problema:

"En un examen de Matemáticas que constaba de tres problemas, un alumno obtuvo una calificación total de 7.2. La puntuación del primer problema fue un 40 % más que la del segundo, y la del tercero fue el doble de la suma de las puntuaciones del primero y el segundo. ¿Cuál fue la puntuación de cada problema?"

EJERCICIO 2 [3]

c) (2 puntos) Dada la función $f(x)=a(x-1)^2+bx$, calcule a y b para que la gráfica de esta función pase por el punto de coordenadas (1, 2) y tenga un extremo relativo en el punto de abscisa $x=2$.

d) (1 punto) Calcule $g''(2)$ siendo $g(x)=\frac{1}{x}-x$

EJERCICIO 3 [4]

Parte 1 [2]

En un espacio muestral se tienen dos sucesos independientes, A y B. Se sabe que

$$p(A\cap B)=0'18 \quad \text{y} \quad p(A/B)=0'30$$

a) (1 punto) Calcule las probabilidades de A y de B.

b) (1 punto) Calcule la probabilidad de que no ocurra ninguno de esos dos sucesos.

Parte 2 [2]

De una población Normal, con media desconocida y varianza 36, se extrae una muestra aleatoria que resulta tener una media muestral de 173.

a) (1 punto) Obtenga un intervalo de confianza del 97 % para la media poblacional, si el tamaño de la muestra es 64.

b) (1 punto) ¿Cuál debe ser el tamaño mínimo de la muestra, si se desea que el error cometido al estimar la media poblacional sea inferior a 1'2, para un nivel de confianza del 95%?

Modelo 6

OPCIÓN B

EJERCICIO 1 [3]

Se considera el recinto definido por las inecuaciones

$$y-x\leq 4\ ;\ x-y\leq 4\ ;\ x+y\leq 12\ ;\ x\geq 0\ ;\ y\geq 0$$

a) (2 puntos) Represente el recinto y calcule sus vértices.

b) (1 punto) Dada la función objetivo $F(x,y)=x-y$, determine los valores máximo y mínimo de *F* y los puntos del recinto donde se alcanzan.

EJERCICIO 2 [3]

a) (1.5 puntos) De una función *f* se sabe que la gráfica de su función derivada, *f* ´, es la recta de ecuación $y=-2x+4$. Estudie razonadamente la monotonía de la función *f*, a la vista de la gráfica de la derivada.

b) (1.5 puntos) Dada la función $g(x)=\dfrac{4x-4}{x+4}$, calcule la ecuación de la recta tangente a su gráfica en el punto de abscisa $x = 0$.

EJERCICIO 3 [4]

Parte 1 [2]

En una empresa, el 65% de la plantilla son hombres; de ellos, el 80 % usan el ordenador. Se sabe que el 83.5% de la plantilla de la empresa usa el ordenador.

a) (1 punto) Calcule la probabilidad de que una persona de esa empresa, elegida al azar, sea un hombre que no utiliza el ordenador.

b) (1 punto) Seleccionada una mujer de esa empresa, al azar, calcule la probabilidad de que utilice el ordenador.

Parte 2 [2]

Las calificaciones obtenidas por los estudiantes de Matemáticas siguen una ley Normal de media desconocida y desviación típica 1.19. Para una muestra de esa población se obtiene que (6.801, 6.899) es un intervalo de confianza, al 92 %, para la media poblacional.

a) (0.5 puntos) Determine la media muestral.

b) (1.5 puntos) Determine el tamaño de la muestra.