MODELOS DE SELECTIVIDAD – ANDALUCÍA

Instrucciones

1. Elige entre realizar bien los tres ejercicios de la Opción A, bien los tres ejercicios de la Opción B, sin mezclar los de una opción con los de otra.
2. El ejercicio de Álgebra vale 3 puntos, el de Análisis 3 puntos y el Probabilidad y Estadística 4 puntos.
3. Contesta las preguntas razonando tus conclusiones; la mera respuesta numérica no vale para obtener la puntuación máxima en cada apartado. Justifique siempre las respuestas.
4. Escribe de forma ordenada y con letra clara.
5. Se permite el uso de una calculadora no programable y no gráfica. Si obtiene resultados directamente con ella, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda.

Tiempo

90 minutos

Criterios de Evaluación

Los criterios esenciales de valoración serán el planteamiento razonado y la ejecución técnica del mismo. La mera descripción del planteamiento sin que se lleve a cabo de forma efectiva no puede ser suficiente para obtener una valoración positiva del mismo.

En los ejercicios en los que se pida una deducción razonada, la mera aplicación de un fórmula no será suficiente.

No se prohibirá el uso de calculadoras, aunque durante el examen no se permitirá el préstamo de ellas entre estudiante. En cualquier caso, los procesos que conducen al resultado deben estar razonados.

Los errores cometidos en un apartado no se tendrán en cuenta en la calificación de apartados posteriores que sean afectados.

Los errores no conceptuales en las operaciones se penalizarán con un máximo del 10% de la nota total del ejercicio.

La presentación clara y ordenada se valorará positivamente.

Modelo 1

OPCIÓN A

EJERCICIO 1 [3]

a) [2'25] Resuelva el siguiente sistema y clasifíquelo atendiendo al número de soluciones:

$$S:\begin{cases} x+y+z &= 0 \\ 2x+3y-z &= 17 \\ 4x+5y+z &= 17 \end{cases}$$

b) [0'75] A la vista del resultado anterior, ¿podemos afirmar que hay una ecuación que es combinación lineal de las otras dos?

EJERCICIO 2 [3]

Sea la función $f(x)=x^3+3x^2$.

a) [1] Obtenga la ecuación de la recta tangente a su gráfica en el punto de abscisa $x=-1$.

b) [0'5] Halle su punto de inflexión.

c) [1'5] Dibuje la gráfica de la función, estudiando previamente la monotonía y los extremos relativos.

EJERCICIO 3 [4]

Parte 1 [2]

Un estudiante se presenta a un examen en el que debe responder a dos temas, elegidos al azar, de un temario de 80, de los que se sabe 60.

a) [1] ¿Cuál es la probabilidad de que responda correctamente a los dos?

b) [1] ¿Cuál es la probabilidad de que responda correctamente al menos a uno de los dos?

Parte 2 [2]

En una población, una variable aleatoria sigue una ley Normal de media desconocida y desviación típica 3.

a) [1] A partir de una muestra de tamaño 30 se ha obtenido una media muestral igual a 7. Halle un intervalo de confianza, al 96%, para la media de la población.

b) [1] ¿Qué tamaño mínimo debe tener la muestra con la cual se estime la media, con un nivel de confianza del 99% y un error máximo admisible de 2?

Modelo 1

OPCIÓN B

EJERCICIO 1 [3]

a) [1 Dibuje el recinto definido por las siguientes inecuaciones:

$$x - y \leq 1 \;\; ; \;\; x + 2y \geq 7 \;\; ; \;\; x \geq 0 \;\; ; \;\; y \leq 5$$

b) [1] Determine los vértices de este recinto.

c) [1] ¿Cuáles son los valores máximo y mínimo de la función objetivo

$$F(x, y) = 2x + 4y - 5$$

y en qué puntos alcanza dichos valores?

EJERCICIO 2

a) [1'5] Halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función f definida de la forma $f(x) = 1 + L(2x - 1)$ en el punto de abscisa $x = 1$.

b) [1] Deduzca razonadamente las asíntotas de la función g, definida de la forma $g(x) = \dfrac{3-x}{x-2}$

c) [0'5] Determine la posición de la gráfica de la función g respecto de sus asíntotas.

EJERCICIO 3 [4]

Parte 1 [2]

En los "Juegos Mediterráneos Almería 2005" se sabe que el 5% de los atletas son asiáticos, el 25% son africanos y el resto son europeos. También se sabe que el 10% de los atletas asiáticos, el 20% de los atletas africanos y el 25% de los atletas europeos hablan español.

a) [1] Calcule la probabilidad de que un atleta, elegido al azar, hable español.

b) [1] Si nos encontramos con un atleta que no habla español, ¿cuál es la probabilidad de que sea africano?

Parte 2 [2]

a) [0'75] En una población hay 100 personas: 60 mujeres y 40 hombres. Se desea seleccionar una muestra de tamaño 5 mediante muestreo estratificado con afijación proporcional. ¿Qué composición tendrá dicha muestra?

b) [1'25] En la población formada por los números 2, 4, 6 y 8, describa las posibles muestras de tamaño 2 seleccionadas por muestreo aleatorio simple, y calcule la varianza de las medias muestrales.

Modelo 2

OPCIÓN A

EJERCICIO 1 [3]

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}-2 & -1 & 1\\ -1 & 0 & 1\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 2 & 0\\ -2 & 1\end{pmatrix}$

a) [1] Calcule la matriz $C=B\cdot A-A^t\cdot B^t$

b) [2] Halle la matriz X que verifique $A\cdot B\cdot X=\begin{pmatrix}4\\ 2\end{pmatrix}$

EJERCICIO 2 [3]

Sea la función $f(x)=\begin{cases}2^x & \text{si} \quad x<1\\ \dfrac{2}{x} & \text{si} \quad x\geq 1\end{cases}$

a) [1'5] Estudie la continuidad y la derivabilidad de f.

b) [0'5] Calcule sus asíntotas.

c) [1] Determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa x = 2.

EJERCICIO 3 [4]

Parte 1 [2]

En un juego se sortea cada día un premio utilizando papeletas con tres cifras, numeradas del 000 al 999.

a) [0'75] Calcule la probabilidad de que el número premiado termine en 5.

b) [0'75] Calcule la probabilidad de que el número premiado termine en 55.

c) [0'5] Sabiendo que ayer salió premiado un número terminado en 5, calcule la probabilidad de que el número premiado hoy también termine en 5.

Parte 2 [2]

En una población una variable aleatoria sigue una ley Normal de media desconocida y desviación típica 2.

a) [1] Observada una muestra de tamaño 400, tomada al azar, se ha obtenido una media muestral igual a 50. Calcule un intervalo, con el 97% de confianza, para la media de la población.

b) [1] Con el mismo nivel de confianza, ¿qué tamaño mínimo debe tener la muestra para que la amplitud del intervalo que se obtenga sea, como máximo, 1?

Modelo 2

OPCIÓN B

EJERCICIO 1 [3]

Sea el siguiente sistema de inecuaciones:

$$2x-3y\leq 6 \;\;;\;\; x\geq 2y-4 \;\;;\;\; x+y\leq 8 \;\;;\;\; x\geq 0 \;\;;\;\; y\geq 0.$$

a) [2] Dibuje la región que definen y calcule sus vértices.

b) [1] Halle los puntos de esa región en los que la función $F(x,y)=2x+3y$ alcanza los valores máximo y mínimo y calcule dichos valores.

EJERCICIO 2 [3]

El beneficio, en millones de euros, de una empresa en función del tiempo t , en años, viene dado por:

$$f(t)=-t^2+12t-31 \quad , \quad 4\leq t\leq 7.$$

a) [1'5] Represente la gráfica de la función *f*.

b) [1'5] ¿Para qué valor de t alcanza la empresa su beneficio máximo y a cuánto asciende? ¿Para qué valor de *t* alcanza su beneficio mínimo y cuál es éste?

EJERCICIO 3 [4]

Parte 1 [2]

Una bolsa contiene tres cartas: una es roja por las dos caras, otra tiene una cara blanca y otra roja, y la tercera tiene una cara negra y otra blanca. Se saca una carta al azar y se muestra, también al azar, una de sus caras.

a) [0'75] ¿Cuál es la probabilidad de que la cara mostrada sea roja?

b) [0'75] ¿Cuál es la probabilidad de que la cara mostrada sea blanca?

c) [0'5] Si la cara mostrada es blanca, ¿cuál es la probabilidad de que la otra cara sea roja?

Parte 2 [2]

Sea la población de elementos {22, 24, 26}.

a) [0'5] Escriba todas las muestras posibles de tamaño 2, escogidas mediante muestreo aleatorio simple.

b) [0'75] Calcule la varianza de la población.

c) [0'75] Calcule la varianza de las medias muestrales.

Modelo 3

OPCIÓN A

EJERCICIO 1 [3]

a) [2] Represente la región definida por las siguientes inecuaciones y calcule sus vértices:

$$x+2y \geq 6 \quad ; \quad x \leq 10-2y \quad ; \quad \frac{x}{12}+\frac{y}{3} \geq 1 \quad ; \quad x \geq 0$$

b) [1] Calcule el máximo y el mínimo de la función $F(x, y)=4-3x-6y$ en la región anterior e indique en qué puntos se alcanzan.

EJERCICIO 2 [3]

Sea la función
$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{x} & \text{si} \quad x<0 \\ -\dfrac{1}{x} & \text{si} \quad x \geq 0 \end{cases}$$

a) [1'5] Dibuje la gráfica de *f* y estudie su monotonía.

b) [0'75] Calcule el punto de la curva en el que la pendiente de la recta tangente es –1.

c) [0'75] Estudie la curvatura de la función.

EJERCICIO 3 [4]

Parte 1 [2]

En una agrupación musical el 60% de sus componentes son mujeres. El 20% de las mujeres y el 30% de los hombres de la citada agrupación están jubilados.

a) [1] ¿Cuál es la probabilidad de que un componente de la agrupación, elegido al azar, esté jubilado?

b) [1] Sabiendo que un componente de la agrupación, elegido al azar, está jubilado ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?

Parte 2 [2]

La duración de un viaje entre dos ciudades es una variable aleatoria Normal con desviación típica 0.25 horas. Cronometrados 30 viajes entre estas ciudades, se obtiene una media muestral de 3.2 horas.

a) [1'5] Halle un intervalo de confianza, al 97%, para la media de la duración de los viajes entre ambas ciudades.

b) [0'5] ¿Cuál es el error máximo cometido con dicha estimación?

Modelo 3

OPCIÓN B

EJERCICIO 1 [3]

Sea el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x+y-z & = & -2 \\ 2x-z & = & 0 \\ -2y+z & = & 4 \end{cases}$$

a) [2] Resuélvalo y clasifíquelo en cuanto a sus soluciones.

b) [0'5] ¿Tiene inversa la matriz de coeficientes del sistema? Justifíquelo.

c) [0'5] Obtenga, si existe, una solución del sistema que verifique $x=2y$.

EJERCICIO 2 [3]

Sea f la función definida por $f(x)=\begin{cases} ax^2+1 & \text{si} & x<1 \\ x^2+bx+3 & \text{si} & x\geq 1 \end{cases}$

Determine los valores que deben tener *a* y *b* para que *f* sea derivable.

EJERCICIO 3 [4]

Parte 1 [2]

Sean A y B dos sucesos del mismo experimento aleatorio tales que

$$p(A)=\frac{1}{6} \quad , \quad p(B)=\frac{1}{3} \quad , \quad p(A\cup B)=\frac{1}{2}$$

a) [1'5] ¿Son A y B incompatibles? ¿Son independientes?

b) [0'5] Calcule $p[A/(A\cup B)]$

Parte 2 [2]

Sea X una variable aleatoria Normal de media 50 y desviación típica 4.

a) [1] Para muestras de tamaño 4, ¿cuál es la probabilidad de que la media muestral supere el valor 54?

b) [1] Si $\overline{X}_{16}$ indica la variable aleatoria "media muestral para muestras de tamaño 16", calcule el valor de *a* para que $p(50-a\leq \overline{X}_{16}\leq 50+a)=0'9876$.

Modelo 4

OPCIÓN A

EJERCICIO 1 [3]

a) [1] Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

De las siguientes operaciones, algunas no se pueden realizar; razone por qué. Efectúe las que se puedan realizar:

$$A+B \ ; \ A^t+B \ ; \ A\cdot B \ ; \ A\cdot B^t$$

b) [2] Resuelva y clasifique, atendiendo al número de soluciones, el sistema:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

EJERCICIO 2 [3]

a) [1'5] Determine a y b en la ecuación de la parábola $y=ax^2+bx+5$ sabiendo que ésta tiene un máximo en el punto $(2,9)$.

b) [1'5] Calcule las asíntotas de la función $f(x)=\dfrac{2x-1}{x+3}$.

EJERCICIO 3 [4]

Parte 1 [2]

En una urna hay 1 bola blanca, 3 rojas y 4 verdes. Se considera el experimento que consiste en sacar primero una bola, si es blanca se deja fuera, y si no lo es se vuelve a introducir en la urna; a continuación se extrae una segunda bola y se observa su color.

a) [1] ¿Cuál es la probabilidad de que salgan 2 bolas del mismo color?

b) [1] ¿Cuál es la probabilidad de que la bola blanca salga en la 2ª extracción?

Parte 2 [2]

La estatura de los soldados de un cuartel sigue una distribución Normal con desviación típica 12 cm.

a) [0'5] Indique la distribución que sigue la media de la estatura de las muestras de soldados de ese cuartel, de tamaño 81.

b) [1'5] Si se desea estimar la estatura media de los soldados de ese cuartel de forma que el error no sobrepase los 3 cm, ¿cuántos soldados deberán escogerse para formar parte de la muestra si se utiliza un nivel de confianza del 97%?

Modelo 4

OPCIÓN B

EJERCICIO 1 [3]

El estadio del Mediterráneo, construido para la celebración de los “Juegos Mediterráneos Almería 2005”, tiene una capacidad de 20000 espectadores.

Para la asistencia a estos juegos se han establecido las siguientes normas: El número de adultos no debe superar al doble del número de niños; el número de adultos menos el número de niños no será superior a 5000.

Si el precio de la entrada de niño es de 10 euros y la de adulto 15 euros ¿cuál es la composición de espectadores que proporciona mayores ingresos? ¿A cuánto ascenderán esos ingresos?

EJERCICIO 2 [3]

Halle $f'(2)$, $g'(4)$ y $h'(0)$ para las funciones definidas de la siguiente forma

$$f(x)=x^2+\frac{16}{x^2} \;;\; g(x)=(x^2+9)^3 \;;\; h(x)=L(x^2+1)$$

EJERCICIO 3 [4]

Parte 1 [2]

Sean A y B dos sucesos independientes tales que $p(A)=0'4$ y $p(A\cap B)=0'05$.

a) [0'5] Calcule $p(B)$.

b) [0'75] Calcule $p(A\cap B^c)$.

c) [0'75] Sabiendo que no ha sucedido B, calcule la probabilidad de que suceda A.

Parte 2 [2]

El índice de resistencia a la rotura, expresado en kg, de un determinado tipo de cuerda sigue una distribución Normal con desviación típica 15'6 kg. Con una muestra de 5 de estas cuerdas, seleccionadas al azar, se obtuvieron los siguientes índices:

280 , 240 , 270 , 285 , 270

a) [1] Obtenga un intervalo de confianza para la media del índice de resistencia a la rotura de este tipo de cuerdas, utilizando un nivel de confianza del 95%.

b) [1] Si, con el mismo nivel de confianza, se desea obtener un error máximo en la estimación de la media de 5 kg, ¿será suficiente con elegir una muestra de 30 cuerdas?

Modelo 5

OPCIÓN A

EJERCICIO 1 [3]

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}2 & -1\\ 0 & x\end{pmatrix}$

a) [1'5] Determine el valor de x en la matriz B para que se verifique la igualdad

$$A\cdot B=B\cdot A$$

b) [1'5] Obtenga la matriz C tal que

$$A^t\cdot C=I_2$$

EJERCICIO 2 [3]

El valor, en miles de euros, de las existencias de una empresa en función del tiempo t, en años, viene dado por la función

$$f(t)=-4t^2+60t-15 \quad , \quad 1\le t\le 8$$

a) [1] ¿Cuál será el valor de las existencias para $t = 2$? ¿Y para $t = 4$?

b) [1] ¿Cuál es el valor máximo de las existencias? ¿En qué instante se alcanza?

c) [1] ¿En qué instante el valor de las existencias es de 185 miles de euros?

EJERCICIO 3 [4]

Parte 1 [2]

Sean A y B dos sucesos independientes tales que $p(B)=0'05$ y $P(A/B)=0'35$.

a) [1] ¿Cuál es la probabilidad de que suceda al menos uno de ellos?

b) [1] ¿Cuál es la probabilidad de que ocurra el suceso A pero no el B?

Parte 2 [2]

La longitud de los tornillos fabricados por una máquina sigue una ley Normal con desviación típica 0'1 cm. Se ha seleccionado una muestra aleatoria y, con una confianza del 95%, se ha construido un intervalo, para la media poblacional, cuya amplitud es 0'0784 cm.

a) [1] ¿Cuál ha sido el tamaño de la muestra seleccionada?

b) [1] Determine el intervalo de confianza, si en la muestra seleccionada se ha obtenido una longitud media de 1'75 cm.

Modelo 5

OPCIÓN B

EJERCICIO 1 [3]

Sea el sistema de inecuaciones siguiente:

$$x+y\leq 600\ ,\ x\leq 500\ ,\ y\leq 3x\ ,\ x\geq 0\ ,\ y\geq 0\ .$$

a) [2] Represente gráficamente el conjunto de soluciones del sistema y calcule sus vértices.

b) [1] Halle el punto del recinto anterior en el que la función $F(x,y)=38x+27y$ alcanza su valor máximo.

EJERCICIO 2 [3]

Sea f la función definida por $$f(x)=\begin{cases} 2x-\dfrac{x^2}{2} & \text{si} \quad x\leq 4 \\ 2x-8 & \text{si} \quad x>4 \end{cases}$$

a) [1'5] Estudie la continuidad y la derivabilidad de esta función.

b) [1'5] Represéntela gráficamente e indique, a la vista de la gráfica, su monotonía y sus extremos.

EJERCICIO 3 [4]

Parte 1 [2]

En un determinado curso el 60% de los estudiantes aprueban Economía y el 45% aprueban Matemáticas. Se sabe además que la probabilidad de aprobar Economía habiendo aprobado Matemáticas es 0'75.

a) [1] Calcule el porcentaje de estudiantes que aprueban las dos asignaturas.

b) [1] Entre los que aprueban Economía ¿qué porcentaje aprueba Matemáticas?

Parte 2 [2]

El número de horas semanales que los adolescentes dedican a ver la televisión se distribuye según una ley Normal de media 9 horas y desviación típica 4. Para muestras de 64 adolescentes:

a) [0'5] Indique cuál es la distribución de las medias muestrales.

b) [1'5] Calcule la probabilidad de que la media de una de las muestras esté comprendida entre 7'8 y 9'5 horas.

Modelo 6

OPCIÓN A

EJERCICIO 1 [3]

Una empresa monta dos tipos de ordenadores: fijos y portátiles. La empresa puede montar como máximo 10 fijos y 15 portátiles a la semana, y dispone de 160 horas de trabajo a la semana. Se sabe que el montaje de un fijo requiere 4 horas de trabajo, y reporta un beneficio de 100 euros, mientras que cada portátil necesita 10 horas de trabajo y genera un beneficio de 150 euros.

Calcule el número de ordenadores de cada tipo que deben montarse semanalmente para que el beneficio sea máximo, y obtenga dicho beneficio.

EJERCICIO 2 [3]

Sea f la función definida por $$f(x)=\begin{cases}-x^2+2x & \text{si} \quad x\leq 0\\ x^2+ax & \text{si} \quad x>0\end{cases}$$

a) [1'5] Para $a = -2$ represente gráficamente la función *f*, e indique sus extremos relativos.

b) [1'5] Determine el valor de a para que la función *f* sea derivable.

EJERCICIO 3 [4]

Parte 1 [2]

En un concurso se dispone de cinco sobres; dos de ellos contienen premio y los otros tres no. Se pide a un primer concursante que escoja un sobre y observe si tiene premio, y a un segundo concursante que elija otro de los restantes y observe si tiene premio.

a) [1] Escriba el conjunto de resultados posibles asociado a este experimento e indique la probabilidad de cada uno de ellos.

b) [1] ¿Qué probabilidad tiene el segundo concursante de obtener premio? ¿Cuál es la probabilidad de que ambos concursantes obtengan premio?

Parte 2 [2]

Se supone que la puntuación obtenida por cada uno de los tiradores participantes en la sede de Gádor de los “Juegos Mediterráneos Almería 2005”, es una variable aleatoria que sigue una distribución Normal con desviación típica 6 puntos. Se toma una muestra aleatoria de tamaño 36 que da una media de 35 puntos.

a) [1] Obtenga un intervalo, con un 95% de confianza, para la puntuación media del total de tiradores.

b) [1] Calcule el tamaño mínimo de la muestra que se ha de tomar para estimar la puntuación media del total de tiradores, con un error inferior a 1 punto y con un nivel de confianza del 99%.

Modelo 6

OPCIÓN B

EJERCICIO 1 [3]

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} x & y \\ -y & x \end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

a) [1] Calcule, si existe, la matriz inversa de B .

b) [2] Si $A \cdot B = B \cdot A$ y $A + A^t = 3 \cdot I_2$, calcule x e y.

EJERCICIO 2 [3]

Sea la función $f(x)=\dfrac{x+1}{x+2}$

a) [2] Determine su dominio, puntos de corte con los ejes, las asíntotas y la monotonía.

b) [1] Represente gráficamente esta función.

EJERCICIO 3 [4]

Parte 1 [2]

Juan dispone de dos días para estudiar un examen. La probabilidad de estudiarlo solamente el primer día es del 10%, la de estudiarlo los dos días es del 10% y la de no hacerlo ningún día es del 25%. Calcule la probabilidad de que Juan estudie el examen en cada uno de los siguientes casos:

a) [0'5] El segundo día.

b) [0'75] Solamente el segundo día.

c) [0'75] El segundo día, sabiendo que no lo ha hecho el primero.

Parte 2 [2]

El peso de los cerdos de una granja sigue una ley Normal con desviación típica 18 kg.

a) [1] Determine el tamaño mínimo de una muestra para obtener un intervalo de confianza, para la media de la población, de amplitud 5 kg con un nivel de confianza del 95%.

b) [1] Si la media de los pesos de los cerdos de la granja fuera 92 kg, ¿cuál sería la probabilidad de que el peso medio de una muestra de 100 cerdos estuviese entre 88 y 92 kg?