TEMA 1

SISTEMAS DE ECUACIONES

Ejercicios para Selectividad
de
Sistemas de Ecuaciones

Detalladamente
resueltos

Curso
2004 / 2005
2005 / 2006

Enunciados

1. [S/05] El cajero de un banco sólo dispone de billetes de 10, 20 y 50 euros. Hemos sacado 290 euros del banco y el cajero nos ha entregado exactamente 8 billetes. El número de billetes de 10 euros que nos ha dado es el doble del de 20 euros.

Plantee y resuelva el sistema de ecuaciones lineales asociado a este problema para obtener el número de billetes de cada tipo que nos ha entregado el cajero.

2. [S/05] Plantee, sin resolver, el sistema de ecuaciones que permita encontrar la solución del siguiente problema:

"En un examen de Matemáticas que constaba de tres problemas, un alumno obtuvo una calificación total de 7.2. La puntuación del primer problema fue un 40 % más que la del segundo, y la del tercero fue el doble de la suma de las puntuaciones del primero y el segundo. ¿Cuál fue la puntuación de cada problema?"

3. [S/05] Resuelva y clasifique el sistema:

$$\left.\begin{array}{rcl} x+3y & = & 2 \\ x+2y+z & = & 1 \\ y-z & = & 1 \end{array}\right\}$$

4. [S/06] Clasifique y resuelva el sistema formado por las tres ecuaciones siguientes:

$$x-3y+2z=0\ ;\ -2x+y-z=0\ ;\ x-8y+5z=0.$$

5. [S/06] Resuelva y clasifique el sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{rcr} x+y & = & 1+z \\ 2x+z & = & 2+y \\ y & = & z \end{array}\right\}$$

6. [S/06] Un taller de carpintería ha vendido 15 muebles, entre sillas, sillones y butacas, por un total de 1600 euros. Se sabe que cobra 50 euros por cada silla, 150 euros por cada sillón y 200 euros por cada butaca, y que el número de butacas es la cuarta parte del número que suman los demás muebles.

Plantee, sin resolver, el sistema de ecuaciones adecuado que permite calcular cuántos muebles de cada clase ha vendido ese taller.

Soluciones

1. Pongamos

x el número de billetes de 10 €

y el número de billetes de 20 €

z el número de billetes de 50 €

Como en total son 8 billetes: $x+y+z=8$

Como en total son 290 €: $10x+20y+50z=290$

Nº billetes de 10 € es doble de nº billetes de 20 €: $x=2\cdot y$

Simplificando adecuadamente obtenemos el siguiente sistema:

$$\begin{cases} x+y+z=8 \\ x+2y+5z=29 \\ x-2y=0 \end{cases}$$

Resolvamos por Gauss:

$$S\;:\;\left|\begin{matrix} e_2'=e_2-e_1 \\ e_3'=e_3-e_1 \end{matrix}\right\rangle \begin{cases} x-2y+2z=3 \\ y+4z=21 \\ -3y-z=-8 \end{cases} \quad \left|e_3'=e_3+3e_2\right\rangle \begin{cases} x-2y+2z=3 \\ \quad\; y+4z=21 \\ \qquad 11z=55 \end{cases} \left|\begin{matrix} e_3\to z=5 \\ e_2\to y=1 \\ e_1\to x=2 \end{matrix}\right.$$

Concluimos que hay 2 billetes de 10 € , 1 de 20 € y 5 de 50 €

2. Pongamos

x es la puntuación en el primer problema

y es la puntuación en el segundo problema

z es la puntuación en el tercer problema

La calificación total es 7,2:

$$x+y+z=7{,}2$$

Puntuación del problema 1 es 40% más que la del segundo:

$$x=1{,}40\,y$$

Puntuación del tercero es doble de la suma de las puntuaciones del primero y el segundo

$$z=2\cdot(x+y)$$

Simplificando adecuadamente obtenemos el siguiente sistema:

$$\begin{cases} x+y+z=7{,}2 \\ 5x-7=0 \\ 2x+2y-z=0 \end{cases}$$

3. Resolvamos por Gauss:

$$S:\left|e_2'=e_2-e_1\right\rangle \begin{cases} x+3y=2 \\ -y+z=-1 \\ y-z=1 \end{cases} \left|e_3'=e_3+e_2\right\rangle \begin{cases} x+3y=2 \\ -y+z=-1 \\ 0=0 \end{cases} \left| \begin{array}{l} e_3\to z=t \\ e_2\to y=1+t \\ e_1\to x=-1-3t \end{array} \right.$$

Es sistema es compatible indeterminado con:

$$(x,y,z)=(-1-3t,1+t,t)$$

4. Resolvamos por Gauss:

$$S:\left|\begin{array}{l} e_2'=e_2+2e_1 \\ e_3'=e_3-e_2 \end{array}\right\rangle \begin{cases} x-3y+2z=0 \\ -5y+3z=0 \\ -5y+3z=0 \end{cases} \left|e_3'=e_3-e_2\right\rangle \begin{cases} x-3y+2z=0 \\ -5y+3z=0 \\ 0=0 \end{cases} \left| \begin{array}{l} e_3\to z=t \\ e_2\to y=\dfrac{3t}{5} \\ e_1\to x=-\dfrac{t}{5} \end{array} \right.$$

Es sistema es compatible indeterminado con:

$$(x,y,z)=(-\frac{t}{5},\frac{3t}{5},t)$$

5. Resolvamos por Gauss:

$$S:\begin{cases} x+y-z=1 \\ 2x-y+z=2 \\ y-z=0 \end{cases} \left|e_2'=e_2-2e_1\right\rangle \begin{cases} x+y-z=1 \\ -3y+3z=0 \\ y-z=0 \end{cases} \left|e_3'=3e_3+e_2\right\rangle \begin{cases} x+y-z=1 \\ -3y+3z=0 \\ 0=0 \end{cases} \left| \begin{array}{l} e_3\to z=t \\ e_2\to y=t \\ e_1\to x=1 \end{array} \right.$$

Es sistema es compatible indeterminado con:

$$(x,y,z)=(1,t,t)$$

6. Pongamos

x es nº sillas (a 50€)

y es nº sillones (a 150€)

z es nº butacas (a 200€)

En total son 15 muebles: $x+y+z=15$

El precio total ha sido de 1600€ $50x+150y+200z=1600$

Nº de butacas es la cuarta parte del número que suman los demás muebles: $z=\dfrac{x+y}{4}$

Simplificando adecuadamente obtenemos el siguiente sistema:

$$\begin{cases} x+y+z=15 \\ x+3y+4z=32 \\ x+y-4z=0 \end{cases}$$