Nombre: ____ *Curso 2º* ___	
Muestreo e Inferencia – Mates Aplicadas II	

✗ Ejercicio 1: Los tres valores que toma una variable en una población son los números $1, 3, 5$.

a) Obtenga la media y la varianza poblacionales.

b) Escriba todas las muestras de tamaño 2 que podrían formarse si el muestreo se hace sin reposición y obtenga la distribución de las medias muestrales.

c) Calcule la media y la varianza de la distribución de las medias muestrales antes calculada.

d) Compare los resultados obtenidos en (a) y (c).

✗ Ejercicio 2: La media de edad de los alumnos que se presentan a las pruebas de acceso a la Universidad es de $18'1$ años y la desviación típica $0'6$ años.

De los alumnos anteriores se elige, al alzar, una muestra de 100, ¿cuál es la probabilidad de que la media de la edad de la muestra esté comprendida entre $17'9$ y $18'2$ años?

✗ Ejercicio 3: El tiempo de vida de un insecto sigue una distribución normal con media desconocida y desviación típica 25 días. Para estimar la vida media se hace un seguimiento a la duración de la vida de una muestra de n insectos.

Calcule el valor de n para que el intervalo de confianza de esta media, con un nivel de confianza del 95%, tenga una amplitud como máximo de 5 días.

✗ Ejercicio 4: Tomada una muestra de 300 personas mayores de edad en una gran ciudad, se obtuvo que 105 habían votado a un determinado partido X.

Halle, con un nivel de confianza del 90%, entre qué porcentajes estimamos que debe estar la proporción de votantes del partido X en la ciudad.

✗ Ejercicio 1:

a) La media y la desviación típica poblaciones son, respectivamente:

$$\mu=\frac{\sum x_i}{N}=\frac{9}{3}=3$$

$$\sigma^2=\frac{\sum x_i^2}{N}-\mu^2=\frac{35}{3}-3^2=\frac{8}{3}$$

b) El conjunto de todas las muestras de tamaño dos que pueden formarse es:

{ 1-3 , 1-5 , 3-1 , 3-5 , 5-1 , 5-3 }

Si hallamos las medias de todas las muestras obtendremos la denominada "distribución de las muestras muestrales":

$$\overline{X}=\{2,3,2,4,3,4\}$$

c) Hallemos la media y la desviación típica de la distribución de las medias muestrales ($\overline{X}$):

Media: $\bar{\mu}=\frac{\sum \bar{x}_i}{6}=\frac{18}{6}=3$

Varianza: $\bar{\sigma}^2=\frac{\sum \bar{x}_i^2}{6}-\bar{\mu}^2=\frac{58}{6}-3^2=\frac{2}{3}$

Observemos las barras que tienen los parámetros: fundamentales para no confundirlos con los

d) Comparemos ambas.

Sobre las medias, es evidente que ambas coinciden. Y eso ocurre en general:

$$\bar{\mu}=\mu$$

En cuanto a las varianzas, no coinciden; veamos que se cumple la conocida relación:

$$\bar{\sigma}^2=\frac{\sigma^2}{n}\cdot\frac{N-n}{N-1}=\frac{8/3}{2}\cdot\frac{3-2}{3-1}=\frac{8}{6}\cdot\frac{1}{2}=\frac{2}{3}$$

✗ Ejercicio 2:

La v. a. X = "edad de los alumnos" tiene $\left| \begin{array}{l} \mu=¿? \\ \sigma=0'6 \end{array} \right.$

Como n = 100 > 30 , la distribución $\overline{X}$ es casi normal con $\left| \begin{array}{l} \bar{\mu}=18'1 \\ \bar{\sigma}=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=0'06 \end{array} \right.$

La probabilidad pedida es:

$$p(17'9<\overline{X}<18'2)=p(-3'33<Z<1'67)=p(Z<1'67)-[1-p(Z<3'33)]=0'95207$$

✗ Ejercicio 3: La v. a. X = "tiempo de vida" es normal con $\left| \begin{array}{l} \mu = ¿? \\ \sigma = 25 \end{array} \right.$

Muestra de tamaño: n = ¿?

Nivel de confianza: $p = 1 - \alpha = 0'95$ → Valor crítico: $z_{\alpha/2} = 1'96$

Error máximo admisible $E_{máx} = \frac{5}{2} = 2'5$

Del error máximo obtendremos n:

$$E_{máx} = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow 2'5 = 1'96 \cdot \frac{25}{\sqrt{n}} = \rightarrow n = \left(\frac{1'96 \cdot 25}{2'5} \right)^2 = 384'16$$

Tenemos así que n debe ser mayor que 384.

✗ Ejercicio 4:

Estudiamos la característica

C = "ciudadanos mayores de 18 años que votan a X"

Tamaño muestral: n = 300

Proporción muestral: $\tilde{p} = \frac{105}{300} = 0'35$ → $\tilde{q} = 1 - p = 0'65$

Nivel de confianza: $p = 1 - \alpha = 0'90$ → Valor crítico: $z_{\alpha/2} = 1'645$

El intervalo de confianza es:

$$I = \left(\tilde{p} - z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\tilde{p} \cdot \tilde{q}}{n}} \ , \ \tilde{p} + z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\tilde{p} \cdot \tilde{q}}{n}} \right) = (0'3047, 0'3953)$$

Así, estimamos que la proporción de votantes del partido X en la ciudad debe estar entre el 30'47% y el 39'53%.