Nombre: ____ ***Curso 2º*** ___	
Aplicaciones de las Derivadas – Mates Aplicadas II	

✗ Ejercicio 1[2]: Un agricultor comprueba que si el precio al que vende cada caja de fresas es "*x*" euros, su beneficio diario, en euros, será:

$$B(x)=-10x^2+100x-210$$

a) Represente la función precio–beneficio.

b) Indique a qué precio debe vender cada caja de fresas para obtener el máximo beneficio. ¿Cuál será ese beneficio máximo?

c) Determine a qué precios de la caja obtiene pérdidas el agricultor.

✗ Ejercicio 2 [2,5]: Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $y=x^3-3x^2$ en su punto de inflexión.

✗ Ejercicio 3 [2,5]: Dada la función $f(x)=x^3+ax+b$, calcule a y b para que f tenga un extremo relativo en $(1,-2)$. Averigua si es un máximo o es un mínimo.

✗ Ejercicio 4 [3]: Dada la función

$$f(x)=\begin{cases} 2x+1 & \text{si} \quad x<2 \\ x^2-8x+17 & \text{si} \quad x\geq 2 \end{cases}$$

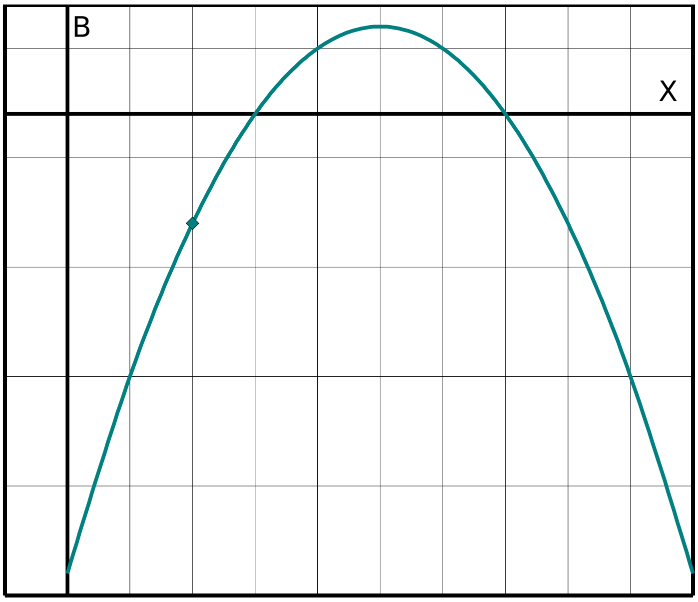
a) [2] Represéntela gráficamente y estudie su continuidad y derivabilidad.

b) [0,5] Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento, así como los extremos relativos.

c) [0,5] Los extremos hallados anteriormente, ¿son puntos donde $f'(x)=0$?

✗ Ejercicio 1:

a) Se trata de una parábola con vértice en $x_V = \frac{-b}{2a} = \frac{-100}{-20} = 50$. Con una tabla de valores alrededor del vértice tenemos:



b) El máximo se alcanza en el vértice de la parábola:

$$B_{max} = 40\ € \quad \text{para} \quad x = 5\ €$$

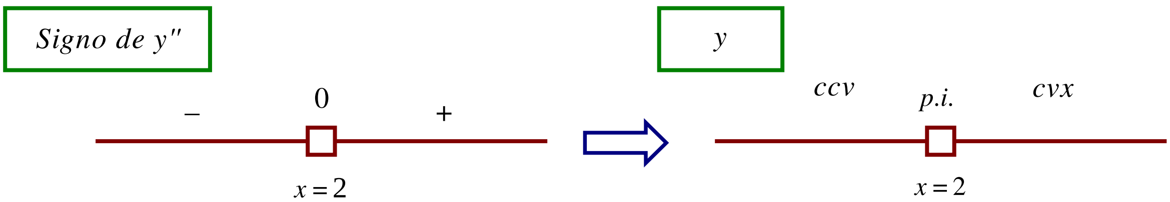
c) Hay beneficios cuando $B > 0$ (sobre el eje X) y pérdidas cuando $B < 0$ (bajo el eje X).

De la gráfica tenemos entonces que obtiene pérdidas cuando el precio es menor de 3 € o mayor de 7 €.

✗ Ejercicio 2: Es

$$y = x^3 - 3x^2 \quad \rightarrow \quad y' = 3x^2 - 6x \quad \rightarrow \quad y'' = 6x - 6$$

Para averiguar dónde está su punto de inflexión estudiamos el signo de su derivada segunda:



La ecuación de la recta tangente en su punto de inflexión ($a = 2$) es:

$$y - f(2) = f'(2)(x-2) \quad \rightarrow \quad y + 2 = -3(x-2) \quad \rightarrow \quad y = -3x + 1$$

✗ Ejercicio 3: Es $f(x) = x^3 + ax + b \quad \xrightarrow{D} \quad f'(x) = 3x^2 + a$

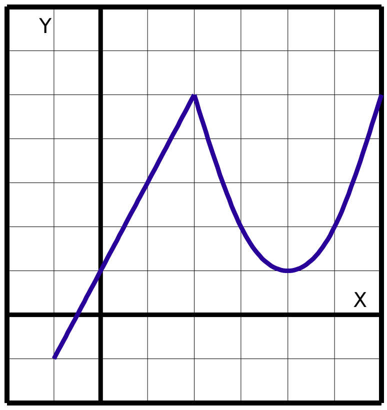
Pasa por el punto $(1, -2)$ ⇨ debe ser $f(1) = -2$ ⇨ $1 + a + b = -2$

Tiene un extremo en $(1, -2)$ ⇨ debe ser $f'(1) = 0$ ⇨ $3 + a = 0$

Resolviendo las ecuaciones: $a = -3$, $b = 0$

✗ Ejercicio 4:

a) La gráfica está formada por un trozo de parábola + trozo de recta:



Apreciamos en la gráfica que es continua en todo punto, y derivable para todo valor salvo para $x = 2$, donde vemos un punto anguloso. Aún así estudiemos su continuidad y su derivabilidad algebraicamente:

Continuidad: f sólo puede ser discontinua para $x = 2$:

$\boxed{x=2}$

VALOR: si $x=2$ es $y=5$

TENDENCIAS: $\begin{cases} \text{si } x\to 2- \text{ es } y=2x+1\to 5 \\ \text{si } x\to 2+ \text{ es } y=x^2-8x+17\to 5 \end{cases}$

Concluimos que es continua en $x = 2$.

Derivabilidad: directamente $f'(x)=\begin{cases} 2 & \text{si } x<2 \\ 2x-8 & \text{si } x>2 \end{cases}$

Veamos ahora detenidamente

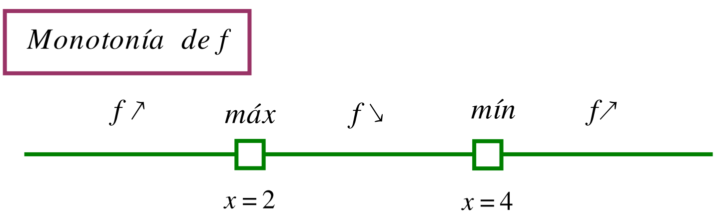
$\boxed{x=2}$

Como f es continua, puede ser derivable:

DERIVADAS LATERALES: $\begin{cases} \text{si } x\to 2- \text{ es } y'=2\to 2 \\ \text{si } x\to 2+ \text{ es } y'=2x-8\to -4 \end{cases}$

Como no coinciden concluimos que es no es derivable en este valor (es un *punto anguloso*).

b) A partir de la gráfica construimos el siguiente esquema que muestra la monotonía y los extremos:



c) En $x = 2$ la derivada no puede ser nula porque, como es un punto anguloso, no hay derivada.

En $x = 4$ la derivada sí es cero: $f'(4)=2\cdot 4-8=0$