Nombre: ______________________________________ **_Curso 2º_** ___	
Cálculo de Derivadas – Mates Aplicadas II	

✗ <u>Ejercicio 1</u> [2]: Obtén la derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x)=x^3 \cdot \ln x$

b) $g(x)=\dfrac{x^2+x}{2x-1}$

c) $h(x)=\sqrt{x+\operatorname{sen} x}$

d) $i(x)=e^{x-\cos x}$

✗ <u>Ejercicio 2</u> [3]: Sea la función

$$f(x)=\begin{cases} x^2-2x & \text{si} \quad x\leq 2 \\ 2-x & \text{si} \quad x>2 \end{cases}$$

a) Represéntela gráficamente.

b) Estudie su continuidad y su derivabilidad.

c) ¿Existe algún punto donde la derivada sea nula?

✗ <u>Ejercicio 3</u> [2]: De la función $y=x^3+ax^2+bx+1$ se sabe que pasa por el punto $(2,3)$ y que en él se anula su derivada segunda.

¿Cuáles son los valores de a y de b ?

✗ <u>Ejercicio 4</u> [3]: Se sabe que la función

$$f(x)=\begin{cases} x+a & \text{si} \quad x\leq 2 \\ \ln(x-1) & \text{si} \quad x>2 \end{cases}$$

es continua en todo punto.

a) Averigua el valor de a.

b) Halla la derivada de f.

✗ Ejercicio 1:

a) Derivamos un producto:

$$f(x)=x^3\cdot\ln x \quad \xrightarrow{D} \quad f'(x)=3x^2\ln x+x^3\cdot\frac{1}{x}=3x^2\ln x+x^2=x^2(3\ln x+1)$$

b) Derivamos un cociente:

$$g(x)=\frac{x^2+x}{2x-1} \quad \xrightarrow{D} \quad g'(x)=\frac{(2x+1)\cdot(2x-1)-2\cdot(x^2+x)}{(2x-1)^2}=\frac{2x^2-2x-1}{(2x-1)^2}$$

c) Es la derivada de una raíz (regla de la cadena):

$$h(x)=\sqrt{x+\operatorname{sen} x} \quad \xrightarrow{D} \quad h'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x+\operatorname{sen} x}}\cdot(1+\cos x)=\frac{(1+\cos x)}{2\sqrt{x+\operatorname{sen} x}}$$

d) Es la derivada de una exponencial (regla de la cadena):

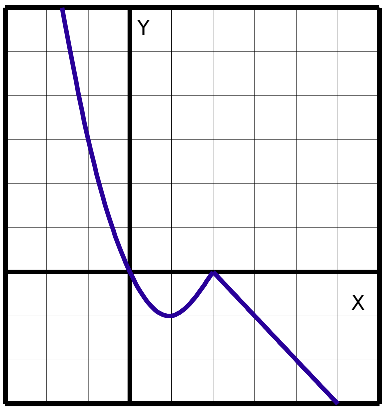
$$i(x)=e^{x-\cos x} \quad \xrightarrow{D} \quad i'(x)=e^{x-\cos x}\cdot(1+\operatorname{sen} x)=(1+\operatorname{sen} x)e^{x-\cos x}$$

✗ Ejercicio 2:

a) La gráfica está formada por un trozo de parábola ($y=x^2-2x$) + trozo de recta($y=2-x$). El vértice de la parábola lo encontramos para

$$x_V=\frac{-b}{2a}=\frac{2}{2}=1$$

Con unas tablas de valores adecuada obtenemos:



b) Apreciamos en la gráfica que es continua en todo punto, y derivable para todo valor salvo para $x = 2$, donde vemos un punto anguloso.

No obstante, vamos a estudiar su continuidad y su derivabilidad algebraicamente:

Continuidad: f sólo puede ser discontinua para $x = 2$:

$\boxed{x=2}$

VALOR: si $x=2$ es $y=0$

TENDENCIAS: $\begin{cases} \text{si } x\to 2- \text{ es } y=x^2-2x\to 0 \\ \text{si } x\to 2+ \text{ es } y=2-x\to 0 \end{cases}$

Concluimos que es continua en $x = 2$.

Derivabilidad: directamente

$$f'(x)=\begin{cases}2x-2 & \text{si} \quad x<2\\ -1 & \text{si} \quad x>2\end{cases}$$

Veamos ahora detenidamente

$\boxed{x=2}$

Como f es continua, puede ser derivable:

DERIVADAS LATERALES: $\begin{cases}\text{si} \quad x\to 2- \quad \text{es} \quad y'=2x-2\to 2\\ \text{si} \quad x\to 2+ \quad \text{es} \quad y'=-1\to -1\end{cases}$

Como no coinciden concluimos que es no es derivable en este valor (es un *punto anguloso*).

c) Del apartado anterior tenemos $f'(x)=\begin{cases}2x-2 & \text{si} \quad x<2\\ -1 & \text{si} \quad x>2\end{cases}$

Es claro que en $x = 1$ la derivada sí es cero: $f'(1)=2\cdot 1-2=0$

✗ Ejercicio 3: Es $y=x^3+ax^2+bx+1 \overset{D}{\to} y'=3x^2+2ax+b \overset{D}{\to} y''=6x+2a$

Pasa por el punto $(2,3)$ ⇨ debe ser $f(2)=3$ ⇨ $8+4a+2b+1=3$ $(*)$

Derivada segunda cero en $(2,3)$ ⇨ debe ser $f''(2)=0$ ⇨ $12+2a=0$ $(**)$

De (**) obtenemos $a=-6$, y sustituyendo ese valor en (*) obtenemos $b=9$.

✗ Ejercicio 4:

a) Tenemos que, en particular, f es continua en $x = 2$:

VALOR: si $x=2$ es $y=2+a$

TENDENCIAS: $\begin{cases}\text{si} \quad x\to 2- \quad \text{es} \quad y=x+a\to 2+a\\ \text{si} \quad x\to 2+ \quad \text{es} \quad y=\ln(x-1)\to \ln 1=0\end{cases}$

Concluimos que debe ser $2+a=0 \quad \to \quad a=-2$.

b) Directamente:

$$f(x)=\begin{cases}x+a & \text{si} \quad x\le 2\\ \ln(x-1) & \text{si} \quad x>2\end{cases} \overset{D}{\to} f'(x)=\begin{cases}1 & \text{si} \quad x<2\\ \dfrac{1}{x-1} & \text{si} \quad x>2\end{cases}$$

Como f es continua en $x = 2$, puede ser derivable en este valor. Veamos

DERIVADAS LATERALES: $\begin{cases}\text{si} \quad x\to 2- \quad \text{es} \quad y'=1\to 1\\ \text{si} \quad x\to 2+ \quad \text{es} \quad y'=\dfrac{1}{x-1}\to 1\end{cases}$

Concluimos que f es derivable con $f''(2)=1$.

Queda, pues: $f'(x)=\begin{cases}1 & \text{si} \quad x\le 2\\ \dfrac{1}{x-1} & \text{si} \quad x>2\end{cases}$