Nombre: ____ ***Curso 2º*** ___ Matemáticas Aplicadas II – Sistemas de Ecuaciones	

✗ Ejercicio 1: Consideremos el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} 3x-2y-2z & = & 3 \\ x-z & = & 1 \\ 2y-z & = & 0 \end{cases}$$

a) [2] Resuélvalo por el método de Gauss y clasifíquelo.

b) [0'5] Razone si puede suprimirse una ecuación en S de forma que el sistema S' obtenido sea equivalente.

c) [0'5] Cambie una ecuación de forma que el sistema S'' obtenido sea incompatible.

✗ Ejercicio 2: Considere el sistema de ecuaciones de tres ecuaciones con dos incógnitas.

$$\begin{cases} x+y & = & 5 \\ x-2y & = & -1 \\ 2x-y & = & 1 \end{cases}$$

a) [1'5] Resuélvalo.

b) [1'5] Interprételo geométricamente.

✗ Ejercicio 3 [2]: Un estado compra 300.000 barriles de petróleo a tres suministradores diferentes que lo venden a 20, 25 y 30 dólares respectivamente. La factura total asciende a 7 millones trescientos mil dólares. Si del tercer suministrador recibe el 25% de lo que compra a los dos primeros, ¿cuál es la cantidad comprada a cada suministrador?

✗ Ejercicio 4 [2]: Mezclando tres productos, digamos A, B y C, debemos obtener 10 kg. de pienso que contenga 19 unidades de azúcares y 12 unidades de grasa.

Sabiendo que cada kilo de A contiene una unidad de azúcares y dos unidades de grasa, que cada kilo del producto B contiene dos unidades de azúcares y unidad de grasa, y que cada kilo del producto C contiene cuatro unidades de azúcares y nada de grasa, ¿cuántos kilos de cada producto debemos poner?

✗ Ejercicio 1:

a) Veamos su resolución por Gauss:

$$S: \left|3e_2-e_1\right\rangle \left\{\begin{aligned} 3x-2y-2z&=3\\ 2y-z&=0\\ 2y-z&=0 \end{aligned}\right. \left|e_3-e_2\right\rangle \left\{\begin{aligned} 3x-2y-2z&=3\\ 2y-z&=0\\ 0&=0 \end{aligned}\right.$$

Tenemos que el sistema es compatible indeterminado. Obtengamos la solución:

$$\left|\begin{array}{l} e_3\to z=t\\ e_2\to 2y-z=0\to y=\dfrac{t}{2}\\ e_1\to 3\mathrm{x}=3+3\mathrm{t} \;\to\; x=1+t \end{array}\right\rangle \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} x=1+t\\ y=\dfrac{t}{2}\\ z=t \end{array}\right. \quad (t\in\mathbb{R})$$

b) Sí, podemos suprimir la tercera ecuación y el sistema resultante sería equivalente. Ello es debido a que la tercera ecuación es combinación lineal de las dos primeras, y puede comprobarse en la resolución anterior que la supresión no cambiaría ni la clasificación ni la solución.

c) Cambiamos la tercera ecuación dejando:

$$S'':\left\{\begin{array}{rcl} 3x-2y-2z & = & 3\\ x-z & = & 1\\ 3x-2y-2z & = & 1 \end{array}\right.$$

Las ecuaciones 1ª y 3ª son claramente incompatibles entre sí, por ello el sistema no tiene solución.

✗ Ejercicio 2:

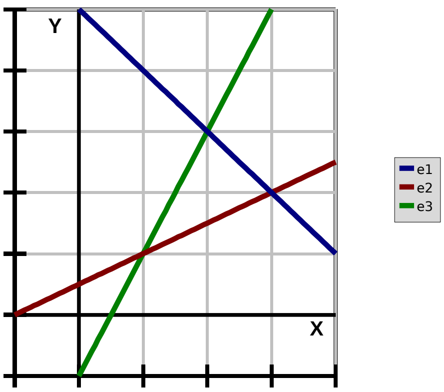
a) Resolvemos por reducción el sistema formado por las dos primeras ecuaciones:

$$\left\{\begin{aligned} x+y&=5\\ x-2y&=-1 \end{aligned}\right. \left|e_2-e_1\right\rangle \left\{\begin{aligned} x+y&=5\\ -3y&=-6 \end{aligned}\right. \left|\begin{array}{l} e_2\to y=\dfrac{-6}{-3} \;\to\; y=2\\ e_1\to x=5-y \;\to\; x=3 \end{array}\right\rangle \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} x=3\\ y=2 \end{array}\right.$$

Y ahora comprobamos esa solución en la tercera ecuación:

$$2\cdot 3-2=1 \;\to\; 4=1 \;\; \text{¡NO!}$$

Como vemos, el sistema es incompatible.



b) Cada ecuación se representa en el plano como una recta.

Cada uno de sus puntos es una solución de la correspondiente ecuación:

Se trata de tres rectas secantes dos a dos. Pero las tres no son secantes en ningún punto.

✗ Ejercicio 3 [2]: Llamemos

x al nº de barriles adquiridos al primer suministrador

y al nº de barriles adquiridos al segundo suministrador

z al nº de barriles adquiridos al tercer suministrador

Como en total son cinco 300 000 barriles:

$$x+y+z=300\,000$$

Como la factura total asciende a 7 300 000 dólares:

$$20x+25y+30z=7\,300\,000$$

Al tercero adquiere el 25% de lo que toma a los dos primeros:

$$z=0'25\cdot(x+y)$$

Simplificando adecuadamente obtenemos el siguiente sistema:

$$\begin{cases} x+y+z=300\,000 \\ 4x+5y+6z=1\,460\,000 \\ x+y-4z=0 \end{cases}$$

Resolviendo:

$$(x\,,y\,,z)=(100\,000\,,140\,000\,,60\,000)$$

Así, ha comprado cien mil al primero, ciento cuarenta mil al segundo y sesenta mil al tercero.

✗ Ejercicio 4: Organicemos todo en una tabla

	u Az / kg	***u Az / kg***	***kg***
A	1	2	x
B	2	1	y
C	4	0	z

Como en total son 10 kilos de pienso: $x+y+z=10$

Como necesitamos 19 unidades de azúcares: $x+2y+4z=19$

Como necesitamos 19 unidades de azúcares: $2x+y=12$

Obtenemos el siguiente sistema:

$$\begin{cases} x+y+z=10 \\ x+2y+4z=19 \\ 2x+y=12 \end{cases}$$

Resolviendo: $(x\,,y\,,z)=(3\,,6\,,1)$

Debemos poner 3 kilos de A , 6 kilos de B y 1 kilo de C .