3 PROGRAMACIÓN LINEAL

INECUACIONES LINEALES

La solución de una **inecuación** de dos incógnitas $ax+by+c\geq 0$ es un **semiplano** determinado por la recta $ax+by+c=0$, incluida ésta.

Los casos que pueden presentarse son:

$y\geq ax+b$	semiplano superior a	$y=ax+b$
$y\leq ax+b$	semiplano inferior a	$y=ax+b$
$x\geq cy+d$	semiplano derecho a	$x=cy+d$
$x\leq cy+d$	semiplano izquierdo a	$x=cy+d$

SISTEMAS DE INECUACIONES

Veamos cómo proceder partiendo de un caso concreto: resolvamos el **sistema de inecuaciones**

$$\begin{cases} x\geq 1 \\ y\geq 1 \\ x+y\leq 5 \end{cases}$$

Resolverlo es obtener todos los **puntos** (x,y) del plano que cumplen las tres desigualdades anteriores.

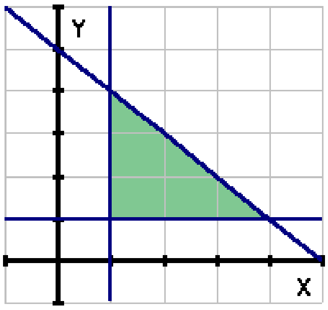
Observemos cómo traducir las desigualdades:

$x\geq 1$ es el semiplano derecho para la recta $x=1$.

$y\geq 1$ es el semiplano superior a la recta $y=1$.

$y\leq 5-x$ es el semiplano inferior de la recta $y=5-x$

Ahora representamos esos **semiplanos** y observamos qué puntos están en los tres a la vez; esto es, los **puntos comunes** a todos los semiplanos.



En la imagen de arriba apreciamos que la solución del sistema es el recinto señalado. Como vemos, el recinto es un polígono de tres lados: un triángulo. ¿Sabrías decir cuáles son sus vértices?

ENUNCIADO GENERAL

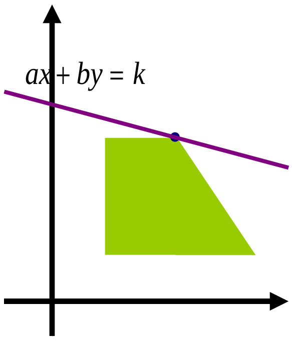
En un problema de **programación lineal** con dos variables se trata **optimizar** (maximizar o minimizar) una función de la forma

$$z=a\,x+b\,y$$

En esta función, llamada **función objetivo**, las variables x e y se hallan sometidas a un sistema de desigualdades lineales, denominadas **restricciones**.

$$\begin{cases} a_1 x+b_1 y\leq c_1 \\ \dots \\ a_n x+b_n y\leq c_n \end{cases}$$

Los puntos del plano que satisfacen cada desigualdad forman un semiplano. Los que satisfacen todas las desigualdades están en un recinto convexo del plano.



Dicha región se denomina **región de validez**, y a cada uno de sus puntos se les llama **soluciones factibles**.

La solución factible que haga máxima o mínima la función objetivo se denomina **solución óptima**.

EXISTENCIA DE SOLUCIONES

Dada una **función lineal** $f=a\,x+b\,y+c$ y una región R que es **convexa acotada**:

1. La función f tiene un valor **máximo** y un valor **mínimo** en R.
2. Esos valores extremos se alcanzan en sus **vértices**.

NÚMERO DE SOLUCIONES

Un problema de programación lineal puede tener una solución, varias, ninguna o infinitas.